

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL

DAVI VIEIRA RAMOS DE OLIVEIRA

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO
MÉTODO DE ENSINO DE TRIGONOMETRIA.**

Ilhéus – BA

2014

DAVI VIEIRA RAMOS DE OLIVEIRA

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO
MÉTODO DE ENSINO DE TRIGONOMETRIA.**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática Básica.

Orientador: Prof. Dr. Vinicius Augusto Takahashi Arakawa

DAVI VIEIRA RAMOS DE OLIVEIRA

***A Resolução de Problemas como método de Ensino de
Trigonometria***

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz, para a obtenção do Título de Mestre em Matemática, através do PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Trabalho aprovado. Ilhéus, 24 de abril de 2014.



Prof. Dr. Vinícius Augusto Takahashi Arakawa – Orientador, UESC



Profa. Dra. Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana, UESC



Prof. Dr. Fábio Moraes Amaral, IFBA - Campus Eunápolis

Minha homenagem ao meu saudoso avô, in memoriam, Cassimiro Bispo Ramos, que sempre me incentivou a continuar meus estudos, a ser bom homem e filho, dentro das leis de Deus, buscando sempre a verdade e sendo pra mim exemplo de honestidade, lealdade e humildade. Gostaria muito que estivesse hoje presente entre nós, para compartilharmos essa vitória.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela presença constante em minha vida, pelas bênçãos que derrama sobre mim, por me conceder a vida e pela oportunidade de participar do curso de mestrado em Matemática.

Agradeço aos meus pais, Adenidio Silva de Oliveira e Alvarina Vieira Ramos pelo amor incondicional que sentem por mim e pelo carinho que sempre me dedicaram. Em especial a minha mãe que jamais mediu esforços, doando-se plenamente em nome do meu futuro e da minha felicidade.

Ao meu querido avô Cassimiro Bispo Ramos in memoriam, que foi para mim exemplo de honestidade, lealdade e humildade.

As minhas irmãs e irmãos, pelo carinho e torcida constante.

À Fátima Lago, que apesar de fazer parte da minha vida há pouco tempo, foi muito importante na reta final da caminhada estando ao meu lado nos momentos mais difíceis dispensando amor, companheirismo e incentivos constantes. E acima de tudo pelo apoio que me foi muito fortalecedor nessa caminhada.

Aos meus colegas do curso de Mestrado em Matemática da UESC, que dividiram comigo quase toda as sextas-feira e sábados dos últimos dois anos, compartilhando alegrias, angústias, conquistas, sabedorias e sonhos. E de modo especial ao meu amigo Ícaro de Almeida e Lacerda que me acolheu em sua casa durante esses dois anos e foi um grande parceiro nos momentos de alegrias e de tristezas.

Aos meus amigos, tão fundamentais, que, de todas as formas possíveis, me encorajaram e ajudaram, sendo, portanto, pilares de minha vitória.

Aos meus alunos, que no exercício do aprender muito me ensinam sobre amor à profissão, paciência, dedicação, responsabilidade, cuidado e profissionalismo.

Aos meus colegas de trabalho, que com sua vasta experiência e exemplo engrandecem minha prática diariamente.

Agradeço aos professores, pela paciência e dedicação que tiveram durante o curso, e em especial o meu orientador Professor Dr. Vinicius Augusto Takahashi Arakawa por dedicar seu precioso tempo e conhecimento da melhor forma possível à minha orientação.

A todos os idealizadores do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), pela importante contribuição no nível de instrução dos professores de matemática de todo país.

Agradeço a UESC por acreditar e fazer essa grande parceria com o PROFMAT.

Agradeço (a CAPES, ao CNPq) pelo apoio financeiro.

Concluir o curso de Mestrado em Matemática na UESC foi certamente uma tarefa árdua, quase uma batalha. Por isso a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a minha vitória o meu muito Obrigado!

“É uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida. É triste trabalhar para um fim que não se deseja. Estas coisas tolas e tristes fazem-se muitas vezes, mas cabe ao professor evitar que elas ocorram nas suas aulas.”.

George Polya.

RESUMO

Os entraves encontrados no processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos da trigonometria nos impulsionam a buscar novos caminhos que facilite e que conduza ao aprendizado efetivo. Acreditamos que o método de Resolução de Problemas criado por George Polya e defendido por diversos outros autores constitui ferramenta essencial nesse processo. O nosso trabalho constituiu uma proposta pedagógica de ensino-aprendizagem utilizando o método Resolução de Problemas no Ensino da trigonometria, a ser implementada pelos docentes que desejem trabalhar com esse método. Dessa forma temos como objetivos: **Objetivo geral:** Elaborar uma proposta pedagógica, que servirá como ferramenta de auxílio ao ensino dos conceitos trigonométricos. **Objetivo específico:** Estimular o uso do Método de Resolução de Problemas pelos docentes na mediação de conhecimentos trigonométricos. O percurso metodológico a ser seguido teve como base o método de Resolução de Problemas de Polya e Onuchic, embora não tenha sido seguido na íntegra, pois, buscamos a elaborar uma proposta com etapas que também acreditamos ser capaz de atingir o aprendizado de forma significativa. Acreditamos que a implementação dessa proposta seja um auxílio significativo no processo de ensino, pois a sua utilização possibilita ao aluno a oportunidade de pensar, desenvolver suas habilidades, competências e selecionar estratégias de resolução através da utilização de raciocínios indutivos e dedutivos. Sendo possível construir novos meios de resolução, diferentes dos tradicionais, e compreender que os conteúdos matemáticos podem ser percebidos a sua volta, em seu cotidiano.

Palavras- Chave: Ensino-aprendizagem. Trigonometria. Resolução de problemas.

ABSTRACT

The obstacles encountered in the teaching- learning process of the contents of trigonometry in propulsion the search for new ways to facilitate and conducive to effective learning. We believe that the method of Resolution of Problem created by George Polya and defend by many other authors is an essential tool in this process. Our work constitutes a pedagogical proposal for teaching and learning using the Problem Solving in Teaching Trigonometry method to be implemented by teachers who wish to work with this method. Thus we have the following objectives: Overall objective: To develop a pedagogical proposal, which will serve as a teaching aid of trigonometric concepts tool. Specific Objective: Encourage the use of the Method of Problem Solving by teachers in mediating trigonometric knowledge. The methodological approach to be followed was based on the method of Problem Solving Polya and Onuchic, although it has not been followed in full, as we seek to develop a proposal with steps that we believe also be able to achieve the learning significantly. We believe that implementation of this proposal is a significant aid in the teaching process , because their use allows the students the opportunity to think , develop their skills , competencies and select resolution strategies through the use of inductive and deductive reasoning . Is possible to construct new ways of resolution, different from traditional, and understand that the mathematical content can be perceived around him in his daily life.

Keywords: Teaching-learning. Trigonometry. Resolution of problem.

LISTA DE SIGLAS

UESC – Universidade Estadual de Santa Cruz

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio

G1- Grupo 1

G2- Grupo 2

G3- Grupo 3

G4- Grupo 4

G5- Grupo 5

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Distância do Sol e da Lua

Figura 02 – Raios Perpendiculares à Superfície da Terra (Viena)

Figura 03 – Altura da Pirâmide

Figura 04 – Semelhança de Triângulos Retângulos

Figura 05 – Relação Fundamental da Trigonometria

Figura 06 - Ciclo Trigonométrico

Figura 07 – Tangente no Ciclo Trigonométrico

Figura 08 – Simetria de Arcos

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	12
1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	16
1.1 UM BREVE HISTÓRICO SOBRE A TRIGONOMETRIA.....	16
1.2 O ENSINO DA TRIGONOMETRIA	20
1.3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	23
2 ASPECTOS METODOLÓGICOS	30
2.1 CENÁRIO	30
2.2 PÚBLICO ALVO	30
2.3 ETAPAS DA PROPOSTA	30
ATIVIDADE 01.....	31
ATIVIDADE 02-	34
ATIVIDADE 03.....	38
3 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	443
4 REFERÊNCIAS.....	476

INTRODUÇÃO

A resolução de problemas está presente no cotidiano desde os tempos mais remotos da história da humanidade. Os problemas que surgem em nossa vida diária desafiam o homem a pensar em soluções e servem de trampolim para impulsionar o desenvolvimento e a modernização nos mais variados campos da ciência. A necessidade de desenvolver métodos para a resolução de problemas do dia a dia acompanha a história humana. A busca pela compreensão do mundo em que vivemos como auxílio ao desenvolvimento da sociedade e os métodos utilizados para equacionar ou explicar esses problemas deu-se o nome de Matemática (FOSSA ET AL, 2009). Sendo indiscutível o papel fundamental da matemática nesse processo evolutivo humano. Sua presença no currículo escolar tornou-se indispensável para o desenvolvimento técnico - científico da sociedade moderna.

A resolução de problemas aparece na história através de documentos desde tempos remotos, como é o caso do Papiro de Ahmes, copiado pelo escriba Ahmes, por volta de 1650 a.C., e de muitos outros registros de Egípcios, Chineses e Gregos (STANIC; KILPATRICK, 1990). Muitos autores consideravam que a Resolução de Problemas consistia apenas em resolver problemas, mas não como método de ensino-aprendizagem.

Com o passar dos anos isso veio se modificando e a resolução de problemas passou a ser entendida como um método de ensino-aprendizagem significativo, o que acreditamos que tenha sido ratificado com esta pesquisa.

O método baseado na perspectiva da resolução de problemas tem uma grande importância na aprendizagem do aluno, haja vista que o ser humano é a todo o tempo desafiado a resolver problemas no seu dia a dia. Com o uso desse método nas aulas de Matemática, os alunos podem compreender e sistematizar os conhecimentos matemáticos, tornando-os significativos.

Esse método exige interpretação, compreensão e resolução, possibilitando o aluno desenvolver as habilidades que serão utilizadas no seu cotidiano. Conforme a proposta curricular: “[...] o aluno deve ser desafiado a refletir, discutir, elaborar hipóteses e procedimentos, ultrapassar as aplicações e enfrentar situações novas. Sendo possível raciocinar e agir por meio de uma metodologia pautada na resolução de problemas.” (BRASIL, 1997).

A matemática é definida como uma disciplina de dificuldades significativas no que se refere ao ensino-aprendizagem, tanto para os discentes, como para docentes inseridos nesse

processo. De um lado, observa-se a incompreensão e a desmotivação dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos ensinados usando o método tradicional, e do outro, o docente que se depara com diversos empecilhos que dificultam o alcance de resultados satisfatórios no ensino de matemática. (PIOVESAN; ZANARDINI, 2008, p.02).

É sabido que a matemática é definida como uma disciplina "difícil" e ainda é a que mais "reprova", o que gera temor na grande maioria dos alunos. O ensino da Matemática, em muitas escolas, vale-se da tríade "ler, escrever e contar" (SILVEIRA, 2002). Porém, "a Matemática é para todos" defende Zaslavsky (2009), ressaltando que, quando são propostas ao aluno atividades desafiadoras, a Matemática pode se tornar uma fonte de muito prazer e satisfação. Assim sendo, acreditamos que a resolução de problemas deve ser utilizada nessa perspectiva.

Para Onuchic (2009), "um problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas, que se está interessado em resolver" e segundo Pozo (1998) "um problema é uma situação que para ser resolvida necessita de um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos".

Corroborando com esse conceito o entendimento que a aprendizagem da Matemática deve ser muito mais do que memorizar fórmulas, deve estar diretamente ligada ao processo de construção do conhecimento matemático, processo lento e trabalhoso, cujo começo deve ser uma atividade sobre resolução de problemas. Segundo Polya (1997), resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. É encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão. Resolver problemas é a realização específica da inteligência, e a inteligência é o dom específico do homem.

Logo, se a educação não contribui para o desenvolvimento da inteligência, ela está obviamente incompleta. Entretanto, a inteligência é essencialmente a habilidade para resolver problemas: problemas do cotidiano, problemas pessoais, problemas sociais, problemas científicos, quebra cabeças e toda sorte de problemas. "O aluno desenvolve sua inteligência usando-a; ele aprende a resolver problemas resolvendo-os." (POLYA, 1997, p.2).

Fascinado pelo conhecimento e suas diversas formas de alcance, iniciei o curso de licenciatura em Matemática em 2004 e obtive o grau em 2008, a partir do 2º semestre do curso ingressei na docência e desde então trabalho em instituições públicas e privadas, lecionando na Educação Básica e no Ensino Superior. Em 2012 ingressei no curso de Mestrado Profissional em Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) e durante o curso o meu desejo em realizar um projeto de pesquisa, com alunos da escola pública ou particular, foi paulatinamente sendo construído.

As diversas discussões ocorridas no curso de mestrado foram decisivas no processo de escolha do tema, e os conhecimentos adquiridos contribuíram para o desenvolvimento do meu exercício profissional, me despertando para questões cruciais no ensino da matemática e contribuindo para a construção de uma conduta ética e comprometida. Decidi desenvolver o meu trabalho de Mestrado tendo como tema o ensino de Trigonometria. Na minha prática docente observei e pude perceber a dificuldade apresentada por parte dos alunos e professores, em trabalhar com situações que envolvam os conhecimentos trigonométricos.

De maneira empírica, constatei que os alunos ao serem incentivados à resolução de problemas por meio de métodos não convencionais, conseguiam obter um melhor desempenho assertivo. Criando novos meios de resolução, percorrendo caminhos pouco explorados, redescobrimo o conhecimento matemático, constituindo um agente do saber, e não um mero expectador de conteúdos. Percebemos ainda de maneira informal, após diálogos com diversos alunos, que o ensino da Matemática por meio de resolução de problemas o torna mais compreensível e dinâmico. E por assim acreditarmos, nos inquietou elaborar uma proposta pedagógica, a ser implementada pelos docentes interessados na temática. A escolha do tema surgiu a partir da minha percepção e experiência como docente, pelos relatos de colegas professores e por meio de leitura de trabalhos referentes à temática. Todas as observações referentes ao ensino de trigonometria culminavam em dificuldades de ensino e aprendizagem apresentadas pelos professores e alunos.

Portanto, o estudo justifica-se pela necessidade de refletir sobre o tema, abordar novos meios de ensino-aprendizagem, que estimule os alunos a desenvolverem habilidades matemáticas e contribuir para que uma das mais temidas disciplinas passe a ser vista, entendida e compreendida nos acontecimentos do cotidiano, bem como, contribuir para que o processo avaliativo da aprendizagem em Matemática seja melhorado e as dificuldades encontradas pelos docentes ao lecionar sobre o tema sejam dirimidas.

Dentro dessa compreensão e perante o nosso compromisso como educador que fomenta novos meios de ensino-aprendizagem buscamos desenvolver um estudo sobre o ensino através da resolução de problemas para alunos do ensino médio da educação básica, escolhendo a trigonometria como tema a ser abordado, pois, o ensino de trigonometria apresenta uma grande importância para o dia a dia. Uma vez que a Trigonometria (*tri*: três, *gono*: ângulo e *metria*: medidas) é o estudo da Matemática responsável pela relação existente entre os lados e os ângulos de um triângulo. E teve seus primeiros estudos exibidos pelos povos babilônicos e egípcios, sendo desenvolvidos pelos gregos e indianos. Através de práticas, conseguiram criar situações de medição de distâncias inacessíveis. Portanto,

pretendemos apresentar a trigonometria procurando relacionar a teoria com a prática, possibilitando que o aluno não veja esse conteúdo sem relação com a prática.

Ao realizar um paralelo reflexivo sobre minhas inquietações como docente, que vivencia as dificuldades encontradas pelos alunos em matemática, em destaque, a trigonometria, e as ideias de outros pesquisadores da área resolvi elaborar uma proposta pedagógica na qual deverá ser utilizado o Método de Resolução de Problemas para a construção de conhecimentos trigonométricos. Trata-se de uma proposta direcionada a professores que queiram utilizar o método Resolução de Problemas para mediar os conhecimentos trigonométricos. Dessa forma objetivamos:

Objetivo geral: Elaborar uma proposta pedagógica, que servirá como ferramenta de auxílio ao ensino dos conceitos trigonométricos.

Objetivo específico: Estimular o uso do Método de Resolução de Problemas pelos docentes na mediação de conhecimentos trigonométricos.

Deste modo, a relevância do estudo consiste, fundamentalmente, na contribuição para que o entendimento do processo-aprendizagem seja amplificado, repensado e melhorado. Trazendo aos docentes elementos de reflexão, análise e discussão que poderão auxiliar no processo avaliativo da aprendizagem em Matemática.

Este trabalho foi estruturado da seguinte maneira: iniciamos com a introdução, posteriormente um estudo sobre história da trigonometria e suas aplicações e de que forma esse conteúdo é apresentado nas salas de aula. Discutimos ainda sobre a resolução de problema como método de ensino que foi criado por George Polya e defendido pela Prof.^a Dr.^a Lourdes de La Rosa Onuchic. E prosseguimos com a descrição do caminho para a realização da proposta pedagógica. E por fim apresentamos as considerações finais e algumas sugestões que possam contribuir para o ensino-aprendizagem na trigonometria.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 UM BREVE HISTÓRICO SOBRE A TRIGONOMETRIA

O ensino da trigonometria constituiu um marco importante para a evolução da humanidade. E em dias atuais, é indispensável para os avanços tecnológicos da sociedade moderna.

As medidas dos lados de um triângulo são denominadas de trigonometria. A origem desse conceito é incerta. Pode ter vindo diretamente dos gregos ou do contato que estes tiveram com a civilização babilônica, ao adotarem suas frações sexagesimais. É sabido que o estudo sistemático das relações existentes entre ângulos – ou arcos - numa circunferência e os comprimentos de suas cordas foi realizado pelos gregos (FOSSA et al, 2009).

As mais diversas tentativas de reconstrução da origem da matemática e da astronomia helenísticas perpassam pelos “*Elementos*” de Euclides e o “*Almagesto*” de Ptolomeu. Não há trigonometria, no sentido estrito da palavra, nas obras de Euclides, mas há teoremas equivalentes a leis ou fórmulas trigonométricas específicas. Um exemplo é que o próprio trabalho “*Elementos*” de Euclides traz:

Num triângulo obtusângulo (acutângulo) o quadrado do lado oposto ao ângulo obtuso (agudo) é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados acrescida (diminuída) do dobro do produto de um desses lados pela projeção do outro sobre ele.

Logo, o que conhecemos hoje como lei dos cossenos para ângulos agudos e obtusos, foi enunciado por Euclides. Utilizando uma linguagem geométrica em vez de uma linguagem trigonométrica e também usou na sua demonstração métodos semelhantes ao que foi usado no Teorema de Pitágoras.

Segundo Boyer (1974), desde Hipócrates de Quios a Eratóstenes, os matemáticos gregos estudaram as relações entre retas e círculos e as aplicaram a uma variedade de problemas de astronomia. Por exemplo, Aristarco, em seu tratado Sobre os Tamanhos e Distâncias do Sol e da Lua (c. 260 a.C.) diz que quando a lua está meio cheia, o ângulo reto por um trintavos de um quadrante.

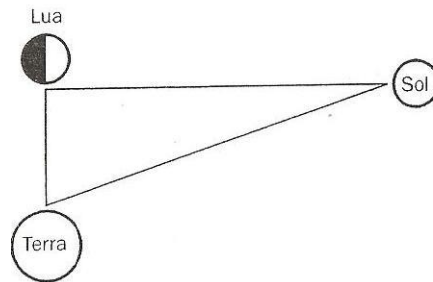


Figura 01

Hoje, na linguagem trigonométrica seria equivalente a dizer que a razão da distância da Lua para a distância do Sol é $\text{sem}(3^\circ)$. Naquele tempo ainda não tinham sido desenvolvidas as tabelas trigonométricas. No que se refere à avaliação do raio da Terra, o nome de maior destaque é o de Eratóstenes de Cirene, bibliotecário na Universidade de Alexandria. O método usado foi bastante simples e se resume no seguinte: Eratóstenes observou que ao meio dia de solstício de verão em Siena o sol lançava sombra que iluminava o fundo de um poço profundo. Em outras palavras, seus raios caíam perpendicularmente à superfície da terra (em Siena).

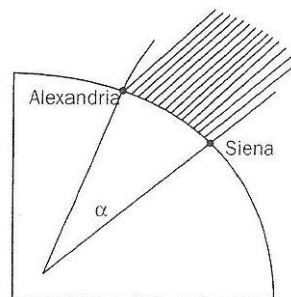


Figura 02

Mesmo com todas as observações de Hipócrates a Eratóstenes, somente por volta de 180-125 a.C. que o astrônomo Hiparco de Niceia compilou a primeira tabela trigonométrica. Além disso, parece que se deve também a Hiparco o uso sistemático do círculo de 360° . É possível que Hiparco tenha tomado esta divisão de Hipsicles que anteriormente tinha dividido o dia em 360 partes, subdivisão que pode ter sido sugerida pela astronomia babilônica.

Logo, Hiparco de Nicéia e Ptolomeu são considerados “os fundadores da trigonometria que, não sendo então ciência autônoma, foi, todavia ciência subsidiária dos estudos astronômicos” (CALADO, 1960, p. 231). Uma vez que, os estudos de Hiparco levaram-no à relação entre o comprimento de um arco e o ângulo ao centro correspondente de

um círculo arbitrário, constituindo um avanço enorme na astronomia, conferindo-lhe o título de “Pai da Trigonometria” (LINDEGGER, 2000).

Dessa forma, mesmo incerta sua origem, o estabelecimento da trigonometria, em certo estágio de seu desenvolvimento esteve ligada as necessidade advindas da Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta do século IV ou V a.C., com os egípcios e babilônios. É possível encontrar problemas concernentes a cotangente no Papiro de Rhind e também uma importante tábua de secantes na tábua cuneiforme babilônica Plimpton 322. Na Astronomia ela foi usada para determinar a latitude e longitude de cidades e de outros pontos geográficos em seus mapas.

Por andarem juntas - Astronomia e Trigonometria -, o desenvolvimento da Trigonometria esférica foi mais rápido do que a Trigonometria plana, devido a sua alta utilização nos cálculos astronômicos e na navegação.

Mesmo com a utilização das razões trigonométricas pelos povos antigos, somente no século XVII, é que surge a palavra cosseno como sendo o seno do complemento de um ângulo. A descoberta das razões trigonométricas promoveu diversos feitos até então inatingíveis: o cálculo de distâncias inacessíveis; e na navegação determinar a distância a que se encontravam da terra, baseando-se na altura da Estrela Polar (CALADO, 1960).

Da civilização grega, a Trigonometria passou (400 d.C.) para a Índia onde era usada nos cálculos astrológicos (mas ainda em problemas de Astronomia). Por volta de 800 d.C., ela adentra no mundo islâmico, onde foi muito desenvolvida e aplicada na Astronomia e Cartografia.

Já na Europa Cristã chega por cerca de 1100 d.C., junto com os livros de Ptolemaios. No primeiro momento foi estudada tão somente por suas aplicações na Astronomia e com os portugueses da Escola de Sagres encontrou uma aplicação de enorme valor econômico na navegação oceânica.

A construção de pirâmide pelos os egípcios em 1650 a. C era realizada usando a razão entre o afastamento horizontal e a altura, relacionavam também a sombra projetada de uma vara com as horas do dia. Narra-se a história que Thales de Mileto calculou a altura de uma pirâmide comparando, à mesma hora, a medida do comprimento da sombra de uma vara com a medida do comprimento da sombra da pirâmide (JUNIOR, 2006). Admitiu que os raios solares, à mesma hora do dia, incidiam paralelamente nos objetos e utilizou a proporcionalidade entre os valores da altura da pirâmide (P), a determinar, e a da sua sombra (SP) e o comprimento de uma vara (V) colocada na vertical e a respectiva sombra (SV) para determinar a altura da pirâmide como é ilustrado na figura:

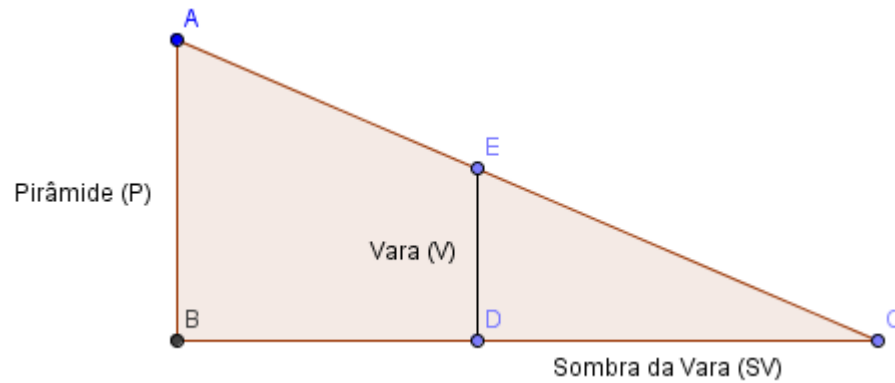


Figura 03

Na Grécia, Thales de Mileto com os seus estudos de semelhança, contribuiu muito para a fundamentação teórica da Trigonometria. Pitágoras que era seu discípulo formalizou o teorema que tem seu nome: “O quadrado da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados dos catetos” que posteriormente permitiu estabelecer a fórmula fundamental da Trigonometria (COSTA, 1997).

Já na Geodésia, Snell através da lei da refração, buscou determinar as coordenadas dos pontos de uma região na superfície da Terra -, introduzindo a ideia de triangulação. Mas, foi só a partir de cerca de 1750 que começou a se tornar coisa comum se usar triangulações geodésicas para a criação de mapas de municípios, estados a até continentes, e a se usar as triangulações topográficas para o mapeamento de áreas menores (diâmetro menor do que 20 km).

Até então o uso das triangulações se restringia a trabalhos de natureza mais científica do que técnica. As primeiras utilizações das triangulações ocorreram na determinação do comprimento de um arco de meridiano para mensurar o tamanho da Terra. Snell usou uma pequena modificação da versão clássica da triangulação, para realizar a primeira medida de meridiano.

O século dos 1700 foi o século do grande desenvolvimento da Trigonometria em ordem a viabilizar e facilitar os cálculos de triangulações topográficas e geodésicas. Contudo, as técnicas até então elaboradas não possuíam condições de amenizar o efeito dos inevitáveis erros de medida, o que resultava em diminuição da qualidade dos mapas de maior tamanho.

A introdução do tratamento dos erros de observação na Geodésia e na Topografia, aumentando em muito a exatidão do trabalho dessas disciplinas, só ocorreu com o famoso matemático Gauss c. 1820.

No início do século XX, no período das guerras napoleônicas, Gauss foi ordenado por Napoleão a construir um mapa de grande precisão da região de Hannover, Alemanha. Para

cumprir sua missão, Gauss acabou elaborando uma série de resultados matemáticos (teoremas sobre a distribuição normal ou gaussiana, o método da regressão linear, etc) para poder controlar o efeito dos erros de observação nos levantamentos geodésicos. Promoveu renovação das técnicas de resolução dos triângulos e os métodos geodésicos tradicionais. Por exemplo, boa parte da determinação das coordenadas geográficas de marcos do interior do Brasil, pelo Serviço Geográfico do Exército, foi feita usando o Método de Cálculo da Latitude de Gauss.

Nos dias atuais a trigonometria se aplica na mecânica, eletricidade, acústica, música, astronomia, engenharia, medicina, enfim, em diversos campos da atividade humana. E tais aplicações contêm conceitos que lembram pouco aqueles atribuídos aos triângulos que deram origem à trigonometria.

Diversos fenômenos físicos e sociais que apresentam um comportamento cíclico podem ser modelados usando funções trigonométricas. O que confere a Trigonometria importância indiscutível. Poderíamos citar diversos exemplos de situações modeladas por uma função trigonométrica: a variação da pressão nas paredes dos vasos sanguíneos de um certo indivíduo em função do tempo de colheita, o ciclo menstrual das mulheres, o fenômeno das marés e as fases da lua (VELOSO; LEAL, 2005)

Conhecer o processo histórico de construção e descoberta da Trigonometria, bem como sua aplicação, facilita de sobremodo a sua contextualização. Conduz a um processo de ensino-aprendizagem, que faculta aos alunos assimilarem melhor os conceitos, encontrando nas aplicações na resolução de problemas do cotidiano.

1.2 O ENSINO DA TRIGONOMETRIA

O ensino da matemática é crucial para o desenvolvimento da humanidade. Uma vez que sabemos o quanto as práticas educativas se fundamentam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições, e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto, é praticamente impossível discutir educação sem interpretarmos tais elementos. Compreendemos que o ensino, em especial da Matemática, cujas raízes se confundem com a história da humanidade é inquestionável nesse desenvolvimento (D'AMBRÓSIO, 2010).

A matemática é uma disciplina instigadora e desafiadora para os estudiosos da ciência, mas infelizmente para maioria dos estudantes ela não é vista, necessariamente, da mesma forma. Com isso, quanto mais próxima da realidade ela for, mostrando-a como estratégia na

resolução de problemas cotidianos e explanando sobre suas aplicabilidades, o seu estudo tornar-se-á mais relevante aos estudantes.

Lorenzato (2006, p.3) aponta que “[...] o ensino deveria dar-se do concreto ao abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos e que só se aprende fazendo”.

Dentre os diversos temas matemáticos o ensino da trigonometria é essencial. E constitui ferramenta indispensável para os diversos segmentos: a engenharia, física, a informática e para muitas outras ciências, no entanto o desenvolvimento no Ensino Médio também é fundamental, pois ela está presente em situações cotidianas e de fácil entendimento, como no cálculo da altura de um prédio através de sua sombra e a distância a ser percorrida em uma pista circular de atletismo.

Esse entendimento faz parte de uma série de motivos que justifica a importância e o planejamento do ensino da trigonometria no Ensino Médio, fazendo com que os estudantes resolvam problemas e os prepare para estudos posteriores.

O estudo da trigonometria desenvolve habilidades e competências, desde que seu estudo esteja direcionado às aplicações cotidianas, e não ao processo exaustivo de cálculos algébricos. (BRASIL, 1999, p. 257).

Porém, como educador, percebemos a dificuldade encontrada tanto por alunos, como para muitos docentes, em compreender o conteúdo da trigonometria de forma clara, concreta, próxima da realidade sem precisar lançar mão de grandes cálculos algébricos, pois, sabemos o quanto o conteúdo da trigonometria está intimamente ligado à compreensão de diversos outros conteúdos matemáticos.

Os temas trigonométricos requerem dos discentes uma base sólida de diversos conteúdos, como: operações básicas de matemática, razão, proporção, equações, geometria plana e dentre tantos outros. Quando tais alunos não possuem essa base, o estudo da trigonometria fica ainda mais complexo, gerando bloqueios, repulsas e desinteresse por parte do alunado em compreender as aplicações trigonométricas.

Por outro lado, de forma empírica, verificamos a dificuldade que os docentes possuem em explicar alguns conteúdos trigonométricos, como por exemplo, as equações, inequações e funções trigonométricas. O conteúdo, em muitas vezes, é repassado de forma mecânica, taxativa, com fórmulas fixadas e cálculos exaustivos. Falta a compreensão do cerne do conteúdo, trazê-lo cada vez mais para próximo da vida real, percebê-lo de forma clara e se possível mais objetiva, compreendendo seus nexos conceituais.

Entendemos que tal tarefa, não seja algo fácil de atingir. Afinal são séculos de busca pelo aperfeiçoamento, tentativas ao longo do tempo de ressignificar o ensino da matemática.

Mas, acreditamos que a Resolução de Problemas como método de ensino de Trigonometria seja uma ferramenta importante para simplificar os conteúdos trigonométricos, não somente simplificá-los, mas torná-los mais atrativos, dinâmicos e práticos.

Embora a Resolução de Problemas não seja algo novo, porém como método de ensino ainda constitui um estilo inovador e mais atualizado com as constantes mudanças ocorridas em nossa sociedade, a saber, o processo educativo. O nosso universo possui uma linguagem que é contrária à permanência, por isso é fundamental a busca por novas formas de construir o conhecimento. A linguagem do universo contém a mutabilidade das coisas e não podemos ficar inertes a essa transformação.

Os PCNEM indicam os objetivos do ensino de matemática no nível médio que são aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações distintas, desenvolver a interpretação da ciência tanto em atividade tecnológica como em atividades cotidianas. O desenvolvimento do raciocínio e resolução de problemas, a comunicação, bem como o espírito crítico e criativo devem fazer parte também de tais objetivos. E por fim a utilização confiante de procedimentos de resolução de problemas permitindo a compreensão de conceitos matemáticos. (BRASIL, 1996).

Logo, é essencial a atenção que devemos dar ao desenvolvimento de valores, habilidades e competências desses alunos em relação ao conhecimento e às relações entre colegas e professores. A preocupação com esses aspectos da formação dos indivíduos estabelece uma característica distintiva desta proposta, pois valores, habilidades e competências são, a um só tempo, objetivos centrais da educação e também são elas que permitem ou impossibilitam a aprendizagem, quaisquer que sejam os conteúdos e as metodologias de trabalho (BRASIL, 1996).

A orientação dos PCNEM é que haja compreensão do conhecimento da ciência e da tecnologia como resultado de uma construção humana social e histórica. Identificando as relações trigonométricas em tempos e contextos sociais distintos. Dessa forma, acreditamos que o método de resolução de Problemas propõe exatamente essa compreensão (BRASIL, 2000).

A nova educação que se pretende, possui certamente objetivos mais amplos do que os do velho projeto pedagógico. Anteriormente pretendia-se transmitir conhecimentos das disciplinas de forma padronizada, através de informações e procedimentos estanques; agora se almeja promover competências gerais, que articulem conhecimentos, sejam estes disciplinares ou não (BRASIL, 2006).

Nesse contexto, o professor deve estar preparado para interessantes surpresas. Existirá uma variedade de caminhos resolutivos que podem ser dados para um mesmo problema, indicando que as formas de pensar dos alunos podem ser bem distintas. A detecção da capacidade criativa de seus alunos e o entusiástico engajamento dos alunos nos trabalhos, produz discussões e trocas de ideias que revelam uma intensa atividade intelectual (BRASIL, 2006).

1.3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas tem uma extensa história na matemática escolar. Embora como uma metodologia de ensino, seja bastante nova. O que explica ainda uma discreta quantidade de pesquisas nesta área.

No início do século XX no ensino matemático a ênfase consistia na repetição e memorização. Já em meados do mesmo século o ensino passa a focar na aprendizagem com compreensão. Em 1944, George Polya surge como uma referência na Resolução de Problemas.

Indubitavelmente o expoente da concepção de ensino de Matemática sobre a Resolução de Problemas é George Polya. Em agosto de 1944 apresentou uma série de orientações para o trabalho com Resolução de Problemas no ensino de Matemática. Essa concepção corresponde a teorizar sobre Resolução de Problemas, explicitando fundamentos, regras e passos para realizar essa atividade.

Procurando organizar o processo de resolução de problemas, de acordo com Polya (1978), a resolução de um problema exige quatro etapas: a compreensão da tarefa; a concepção de um plano que leve à meta pretendida; a execução desse plano; a análise para determinar se a meta foi atingida.

Na 1ª fase: compreensão da tarefa - é necessário que haja compreensão, uma vez compreendida o aluno será despertado a resolvê-lo e perceberá o que se deve fazer. A incógnita e a condicionante são identificadas, quando o processo é bem compreendido. As figuras apresentadas devem ser traçadas e com indicação dos dados. Inferimos que nesta fase há uma profunda ligação com a afetividade, não sendo suficiente apenas compreender o problema, é preciso querer resolvê-lo, isto é, deve haver interesse, curiosidade e desafio para que o aluno realize o trabalho.

Enquanto que na 2ª fase: Concepção de um plano – A concepção do plano pode passar pela procura de problemas similares, pois o autor acredita que “As boas ideias são baseadas

na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos” (POLYA, 1978, p. 6). Em caso de insucessos, o aluno terá de procurar fazer variações do problema, generalizações, particularizações e recurso a analogias. Dessa forma, o plano é apenas um roteiro geral.

Já na 3ª fase: execução do plano - Etapa de efetivo trabalho do plano concebido. O bom desenvolvimento das etapas anteriores facilitará sobremaneira este momento. O êxito do aluno é obtido, por meio do estímulo a realização de cada procedimento com muita atenção, permanecendo atento a cada ação desenvolvida, verificando cada passo. O aluno também deve ser estimulado a mostrar que cada procedimento realizado está correto, permitindo a afirmação de seu aprendizado e a comunicação de sua produção.

E por fim na 4ª fase: Análise para determinar se a meta foi atingida. Nessa fase é o momento de revisão, depuração e abstração da solução do problema. A depuração tem por finalidade verificar os procedimentos utilizados, simplificando-os ou buscando outras maneiras mais simples de resolver o problema. Abstrair significa, nesse momento, refletir sobre o processo realizado, descobrindo a importância do problema e do método empregado para resolvê-lo. E está apto a transpor o aprendizado adquirido neste trabalho para a resolução de outros problemas.

Na utilização das quatro fases, de acordo com Gazire (1988, p. 56), Polya, acreditava que, se os professores seguissem essas fases ao trabalharem com Resolução de Problemas, contribuiriam para a construção de uma atitude mental mais clara e produtiva de seus alunos. (GAZIRE, 1988, p. 56). O trabalho de George Polya, não somente no contexto da Resolução de Problemas, mas no âmbito mais amplo da Educação Matemática, é indiscutível e perpassa os anos.

Na década de 70, a Matemática Moderna inicia com as investigações sistemáticas sobre a Resolução de Problemas e suas implicações curriculares. Em 1980, nos Estados Unidos é publicada *“Uma Agenda para a Ação”*: *resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar nos anos oitenta*. Todavia, em 1989 não se encontra concordância entre as concepções, a saber: (1) ensinar sobre Resolução de Problema, (2) ensinar para a Resolução de Problema e (3) ensinar através da Resolução de Problema.

Consideramos que a resolução de um problema envolve aspectos relacionados ao conteúdo matemático específico proposto, exigindo fazer conjecturas, testar procedimentos, aprender conteúdos, desenvolver raciocínios e apresentar explicações que nem sempre podem ser previstas.

Os estudos concernentes à temática Resolução de Problemas no contexto da Educação Matemática, no Brasil, em sua maioria, vêm sendo desenvolvidos e orientados há vários anos

pela Prof.^a Dr.^a Lourdes de la Rosa Onuchic. Trazem nos seus trabalhos e de seus colaboradores que a necessidade e a forma de trabalhar com Resolução de Problemas mudaram, e que a tendência atual é caracterizar esse trabalho considerando os estudantes como personagens ativos, colaboradores no processo de ensino-aprendizagem. “Os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade de resolução de problemas como uma coordenação complexa e simultânea de vários níveis” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009).

Onuchic, em seu grupo de pesquisa criado em 1992, intitulado Grupo de Trabalho e Estudo sobre resolução de Problemas tem como objetivo desenvolver pesquisas que efetivamente atinjam a sala de aula utilizando a metodologia de Ensino- Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Uma vez que, pesquisadoras como Célia Barros Nunes, salienta que o ensino aprendizagem deveria ocorrer de modo simultâneo, durante a resolução de problemas, desempenhando o professor o papel de guia dos alunos como co-construtores do conhecimento (NUNES, 2010, p. 89).

Onuchic, como uma das grandes defensoras da efetividade do método de Resolução de Problemas, redigiu, com o auxílio de um grupo de professores de um Curso de Educação Continuada, um roteiro de atividades que pode servir como orientação aos interessados em trabalhar com essa metodologia. O roteiro apresenta as seguintes etapas:

1ª etapa: formar grupos – entregar uma atividade (um problema)

Propiciar aos estudantes experimentarem um processo cooperativo, a oportunidade de aprender uns com os outros. Através de grupos pequenos tornando possível a construção do conhecimento a partir do contexto de cada grupo.

2ª etapa: o papel do professor:

Nesse momento o papel do professor é diversificado, deixando o seu status de comunicador de conhecimento para um de observação, organização, consultoria, mediação, intervenção, controle e incentivo da aprendizagem. Por meio de perguntas desafiadoras o professor propõe uma travessia das dificuldades utilizando a relação interpessoal do grupo. O professor faz a ponte, leva os alunos a pensar, oferece tempo para isso, acompanha suas investigações e somente resolve os problemas secundários quando necessário.

3ª etapa: resultados na lousa

O professor anota na lousa os resultados obtidos pelos diferentes grupos e, posteriormente, agrupa tais resultados.

4ª etapa: plenária

Nesse momento haverá uma discussão dos resultados com todos os alunos participantes.

5ª etapa: análise dos resultados

Nesta fase, haverá uma exploração. Serão identificadas as dificuldades encontradas pelos alunos e trabalhadas.

6ª etapa: consenso

Após a análise feita, com a devida retirada das dúvidas, busca-se um consenso sobre o resultado almejado.

7ª etapa: formalização

Professor e aluno, em conjunto, farão uma síntese do que se buscava aprender a partir do problema ou situação-problema dada e, de maneira formal são apresentadas, pelo professor, as devidas definições, as propriedades e as demonstrações.

Ao adotar essa metodologia, busca-se a compreensão dos dados de um problema, a tomada de decisões para resolvê-lo, o estabelecimento das relações, o saber comunicar os resultados e a capacidade de usar técnicas conhecidas. Estes aspectos devem ser estimulados em um processo de aprendizagem através da resolução de problemas. No decorrer desse processo, a formalização, o simbolismo e as técnicas precisas são introduzidos depois da resolução trabalhada, dando-se liberdade aos alunos, evitando-se direcioná-los para "o que pensar" ou "o que fazer", conduzindo-os somente em casos de maiores dificuldades, ou seja, quando eles não sabem como agir (ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 83).

Fomentar a busca de novas metodologias de ensino que estimulem a criatividade do aprendiz, a partir da investigação dos fenômenos. Despertar a curiosidade e o aluno para a construção do conhecimento significativo tem sido objeto de estudo de vários especialistas em todo o mundo e tem se revelado como uma boa alternativa para o modelo tradicional de ensino. Dentre essas metodologias destaca-se a Resolução de Problemas que foi em 1999 defendida com muita propriedade por Onuchic em seu texto "*Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas*", este método de ensino procura colocar o aluno como construtor do seu conhecimento libertando-o da passividade tradicional de quem, de forma entediada, recebia informações prontas, desestimulantes e imutáveis.

Acreditamos que a resolução de problemas traz grande potencialidade para a aprendizagem em trigonometria, permitindo uma participação ativa do aluno, e não meramente um estado de recepção de conteúdos, este aluno é levado a assumir a corresponsabilidade por sua aprendizagem. Corroboram com esse nosso pensamento a própria fala de Onuchic (1999, p. 208) "quando os professores ensinam Matemática através da

resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver a sua própria compreensão".

O processo de resolução de problemas requer do aluno uma postura ativa, o que o conduz a uma ampliação de sua compreensão inicial, uma vez que ele se projeta para além do conhecimento existente, levantando hipóteses, formulando conjecturas, buscando argumentos que lhe permitam defender um ponto de vista e expressar uma forma de raciocínio.

Tanto os Parâmetros Curriculares Nacionais como as orientações estaduais recomendam, que na exploração de cada tema matemático, os professores procurem enfatizar a ideia de problematização, e que, além dos problemas corriqueiros, cuja solução consiste em operar com os dados para se chegar a um resultado, os problemas sejam tratados em cada situação concreta, como um criativo exercício da capacidade de escolher e construir aquilo que for necessário para se obter a resposta a uma questão bem elaborada (SÃO PAULO, 2008).

A Resolução de Problemas deve ser o ponto de partida da atividade matemática. Tal afirmativa é salientada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, e também discutidos os caminhos para se fazer a matemática na sala de aula com: clareza no papel da Matemática, direcionando o aluno a valorizá-la e percebê-la como instrumento de compreensão do mundo que o cerca e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas (BRASIL, 1998).

A compreensão da Matemática como uma disciplina com resultados precisos e procedimentos infalíveis, em que os elementos fundamentais são as operações aritméticas, procedimentos algébricos, definições e teoremas geométricos, a torna uma disciplina fria, sem espaço para a criatividade, os conteúdos são fixos e seu estado pronto e acabado. Conduzindo a um desinteresse, resistência e perpetuação de estigmas (D' AMBROSIO, 2010).

Na contramão desse pensamento emerge a resolução de problemas, possibilitando ao aluno explorar sua criatividade, construir novos meios de resolução, diferentes dos tradicionais, e compreender que os conteúdos matemáticos podem ser percebidos a sua volta, em seu cotidiano.

Os alunos só aprendem a fazer matemática se desenvolverem a capacidade de resolver problemas, e terá o professor um papel importante no desenvolvimento dessa capacidade nos alunos (POLYA, 1981).

Para transformar o estudo da matemática, retirando-a de uma compreensão equivocada e distante do mundo real. Chassot (2001) chega a utilizar a expressão "há necessidade de tornar

nosso ensino mais sujo, isto é, encharcá-lo na realidade”. É preciso tornar a coisa viva e estimulante que se faz por gosto e acreditamos que a utilização do método de Resolução de Problemas caminha nesse sentido no processo ensino-aprendizagem. Ela é uma parte integrante de toda a aprendizagem matemática.

O maior objetivo do ensino em matemática deve ser o de aprender a resolver problemas matemáticos, o que não nos faz descartar outros objetivos, mas atingir a competência em resolução de problemas, desenvolvendo conceitos matemáticos, princípios e algoritmos através de um conhecimento significativo e habilidoso são fundamentais (HATFIELD *apud* DANTE, 2009, p. 15).

As experiências com alunos e professores utilizando a metodologia Ensino-Aprendizagem por meio de Resolução de Problemas têm apresentado significativos avanços na compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos e no aprimoramento da prática docente do professor (ONUCHIC, 2008).

Os PCNEM ratificam também a importância da resolução de Problemas dentro da área:

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 1999, p. 251).

A investigação e a compreensão são algumas das competências e habilidades a serem desenvolvidas na Matemática. Através da identificação do problema (compreender enunciados, formular questões, etc.), seleção e interpretação das informações relativas aos problemas, levantamento de hipóteses e estimativa de resultados, selecionar estratégias de resolução de problemas, interpretar e criticar resultados numa situação concreta, diferenciar e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos, fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades, discutir ideias e produzir argumentos convincentes (BRASIL, 1999, p. 259).

A resolução de problemas é enfatizada como uma importante estratégia de ensino:

Os alunos, confrontados com situações-problema novas, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam

adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL, 1999, p. 266).

O método de resolução de problemas defendido por uma corrente, ainda pouco explorada em nossos sistemas de ensino, transfere para o aluno, em grande parte, a responsabilidade pela sua própria aprendizagem, na medida em que o coloca como ator principal desse processo. As ideias socioconstrutivistas da aprendizagem partem do princípio de que a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas.

Essa ideia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor. Dessa forma, caberia a este o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático.

Dessa forma, inferimos que o método de Resolução de Problemas na trigonometria é algo estratégico, subsidiário ao processo de construção de conhecimento e ferramenta indispensável aos docentes que almejam o aprendizado concreto dos seus alunos. Pois, possibilita a todos os atores envolvidos nesse processo – alunos e professores –, o desenvolvimento de habilidades, a ampliação dos recursos a serem utilizados e a descoberta de novos meios de se chegar à solução dos problemas propostos. O conhecimento é efetivamente atingido, o aprendizado é real e não apenas memorização de fórmulas e caminhos pré-estabelecidos sem qualquer compreensão ficta dos conteúdos.

CAPÍTULO 2

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Como nosso trabalho trata-se de uma proposta pedagógica a ser implementada, por professores, que desejem trabalhar com o método de Resolução de Problemas, descreveremos aqui os passos a serem seguidos pelos docentes em sua execução, bem como, o cenário de estudo sugerido e os participantes, os materiais, tanto dos instrumentos diagnósticos como da intervenção de ensino. Nossa proposta não busca seguir as etapas de Polya e Onuchic na íntegra, mas ao realizarmos a revisão de literatura, compreendemos e utilizamos essas etapas como base para elaboração de nossa proposta.

2.1 CENÁRIO

Propõe-se que o cenário a ser executada a proposta seja em escolas públicas. Conhecemos bem as dificuldades e os entraves da educação pública em nosso país e almejamos melhorias nos métodos de ensino-aprendizagem utilizados. Os próprios PCNEM vêm buscando despertar novos olhares, orientar para novas metodologias e incitar discursos críticos no processo de construção do conhecimento.

2.2 PÚBLICO ALVO

Alunos do 2º ano do ensino médio, pois tais alunos já contemplaram os assuntos trigonométricos. Iniciaram na 8ª série do ensino fundamental de forma superficial e ao ingressarem no 2º ano passam a estudar os conteúdos de forma mais aprofundada.

2.3 ETAPAS DA PROPOSTA

1ª ETAPA

Inicialmente deve-se realizar, após aprovação e agendamento pela coordenação pedagógica, a apresentação para os alunos do trabalho a ser realizado. Orienta-se que a aplicação da pesquisa seja realizada em três momentos. No primeiro momento deve-se informar o objetivo da pesquisa e como esta se processará. Posteriormente divide-se a sala em cinco grupos denominados G1, G2, G3, G4, G5. Opta-se por dividir a sala em grupos menores

por assim entendermos que trabalhar com grupos menores facilitará o processo de observação e auxílio nas atividades desenvolvidas. A divisão dos grupos será mantida em todas as atividades.

Com os grupos divididos devem-se trabalhar os conteúdos, que ao todo serão dois, apresentados em 3 encontros. Os temas sugeridos são: razões trigonométricas no triângulo retângulo e razões trigonométricas no ciclo trigonométrico. No primeiro encontro o professor deverá trabalhar o tema Razões Trigonométricas no Triângulo seguindo um roteiro da atividade descrita abaixo.

TEMA 01- RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

CONTEÚDO: razões trigonométricas no triângulo retângulo

OBJETIVOS:

- Identificar as razões seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo.
- Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES:

- Determinar as razões trigonométricas de um ângulo agudo;
- Utilizar a razão trigonométrica de um ângulo agudo na resolução de situações-problema;
- Estimar a medida de ângulos de inclinação; efetuar medidas angulares com o teodolito simplificado.

ATIVIDADE 01

SÉRIE: 2º ano

TEMPO ESTIMADO: 02 aulas (01 encontro).

MATERIAL NECESSÁRIO:

05 folhas de papel A4.

05 réguas

05 lápis

05 compassos

05 transferidores

05 cópias da lista de questões

DESENVOLVIMENTO:

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Distribua os alunos em cinco grupos de oito componentes cada. Entregue a cada grupo 01 folha de papel A4 em branco, 01 régua, 01 compasso, 01 transferidor e 01 lápis. Solicite ao grupo a construção de 05 triângulos retângulos com um ângulo agudo medindo 30° e lados correspondentes com medidas diferentes. Os alunos deverão obter a razão 01 entre o cateto oposto do ângulo agudo de medida 30° e a hipotenusa. Em seguida obter a razão 02 entre o cateto adjacente e a hipotenusa. E por fim a razão 03 entre o cateto oposto e o cateto adjacente. As medidas deverão ser realizadas nos 05 triângulos. Sugere-se que o professor peça aos alunos que façam uma relação dos valores encontrados nos 05 triângulos.

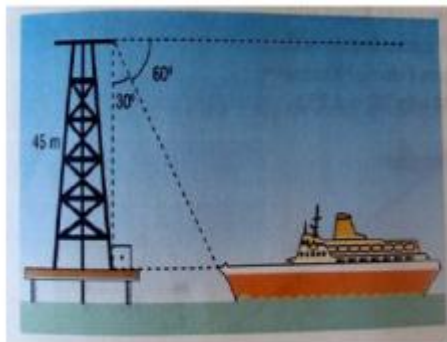
Questione: Qual relação entre as razões 01, 02 e 03 dos 05 triângulos?

O resultado esperado é que os alunos percebam que o valor entre o cateto oposto e a hipotenusa do ângulo de 30° é uma constante e independe da medida dos lados dos triângulos. Que a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa é outra constante e que há também uma razão constante entre cateto oposto e cateto adjacente.

Após, deve-se propor 05 questões contextualizadas, envolvendo o conteúdo proposto. Segue abaixo sugestões de questões:

Questão 1

Do alto de uma torre de uma plataforma marítima de petróleo, de 45 m de altura, o ângulo de depressão em relação à proa de um barco é de 60° . Determine a que distância o barco está da plataforma, sabendo que a razão entre o cateto oposto ao ângulo de 30° e o cateto adjacente é igual a ?



Questão 2

Um teleférico deve unir os topos A e B de dois morros. Para calcular a quantidade de cabo de aço necessária, um engenheiro mediu as alturas dos morros em relação ao mesmo plano horizontal, obtendo 108m e 144m. A seguir, mediu o ângulo que a reta forma com a horizontal, obtendo 32° .

- A) Faça um esquema da situação proposta no texto
- B) Calcule a distancia entre os pontos A e B, sabendo que a razão entre o cateto oposto ao ângulo de 32° e a hipotenusa do triângulo é igual a 0,52.

Questão 3

Em um cinema, os olhos de um espectador estão no mesmo plano horizontal que contém a base da tela vertical de 3,2m de altura. O espectador vê toda extensão vertical da tela sob um ângulo de medida α tal que a razão entre o cateto adjacente ao ângulo α e a hipotenusa do triângulo retângulo é igual a. Calcule a distância entre os olhos do espectador e a base da tela.

Questão 4

Dois níveis de uma praça estão ligados por uma rampa de 3m de comprimento e 30° de inclinação. Devem-se construir sobre a rampa 6 degraus de mesma altura. Sabendo que a razão entre a altura da rampa e o comprimento da rampa é igual 0,5.

- A) Faça um esquema da situação proposta no texto
- B) Determine a altura de cada degrau

Questão 5

A torre Eiffel tem sua base em um piso plano e horizontal. De um ponto A desse piso, distante $108\sqrt{3} m$ do centro da base, vê-se o ponto mais alto da torre sob um ângulo de 60° com o

piso. Sabendo que a razão entre a distância do centro da base até o ponto A e do ponto A ao ponto mais alto da torre é igual a 0,5.

A) Faça um esquema da situação proposta no texto

B) Determine a altura da torre Eiffel

As atividades devem ser realizadas de maneira gradual, à medida que os alunos forem avançando. Com as resoluções de cada grupo, sugere-se que se prossiga com uma roda de discussão. Onde serão discutidos todos os resultados obtidos. O professor deverá mediar o conhecimento estimulando o aluno para que ele expresse os conceitos que foram construídos de maneira intuitiva, e até então não formalizadas. A identificação dos conceitos de maneira formal deverá ser feita posteriormente, ou seja, após a finalização da segunda etapa.

2ª ETAPA – RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO

A segunda etapa deverá ser realizada no segundo encontro, o professor deverá continuar trabalhando com o tema Razões Trigonométricas no Triângulo seguindo um roteiro da atividade descrita abaixo.

ATIVIDADE 02- CONSTRUÇÃO DO TEODOLITO

O teodolito é um instrumento óptico utilizado para a realização de medidas de ângulos verticais e horizontais. É utilizado, por exemplo, na topografia e na agricultura. Um exemplo comum da aplicação do teodolito seria para construção de viadutos em rodovias. “Eles podem ser utilizados para medir distâncias que relacionadas com os ângulos verticais permitem obter tanto a distância horizontal entre dois pontos quanto a diferença de nível entre os mesmos” (SOUZA, 2010, p. 44). Nesse segundo encontro o professor deverá explicar o que é o teodolito, qual sua função, como utilizá-lo e como construí-lo e informar que o material distribuído será utilizado na sua construção. Para a construção de cada teodolito deverão ser utilizados os seguintes materiais.

- Transferidor de 360°;
- Círculo de plástico feito do mesmo tamanho do transferidor;
- Círculo de madeira um pouco maior que o transferidor;
- Canudo para mirar nos pontos de medida;

- Duas tampas de caneta;
- Cola de secagem rápida;
- Caixa com tampa e mesmo diâmetro do círculo de madeira;
- Duas dobradiças pequenas;
- Parafusos pequenos para prender as dobradiças;
- Parafuso para prender o transferidor na caixa.
- Cópia de um transferidor

Etapas de construção do teodolito:

- Fixar a tampa da caixa utilizando as dobradiças.
- Fixar o transferidor no círculo de plástico, e marcar o centro.
- Traçar o diâmetro do círculo de madeira e colar o desenho do transferidor no mesmo.
- Com um parafuso pequeno perfurar o transferidor e o círculo de madeira de maneira a encontrar o centro da tampa da caixa.
- Colar as duas tampas de caneta no transferidor, uma em 0° e outra em 180° , em seguida colar o canudo sobre as mesmas.

Para um equilíbrio favorável do teodolito, mesmo que em terreno irregular, é necessário a construção de um tripé e para tanto, é indispensável a ajuda de um profissional que o fará em ferro.

Ao findar a construção dos teodolitos pelos 05 grupos, os alunos serão desafiados a obterem as medidas da altura da sala de aula, da caixa-d'água existente na escola, a altura de um dos colegas e a altura de um poste de iluminação que se encontre nas dependências da escola utilizando o teodolito. O resultado esperado é que os alunos de posse dos dados obtidos percebam que a figura geométrica que está sendo construída é um triângulo retângulo. E para determinar as medidas solicitadas utilizarão esses triângulos e as razões trabalhadas na primeira etapa.

Durante o processo de medição o professor deverá está atento à realização, verificando e auxiliando para que as medidas sejam fidedignas. Ouvindo atentamente as possíveis arguições dos alunos durante o processo, estimulando-os ao uso de suas percepções e intuições. O professor deverá mediar a ação do aluno, resgatando e elaborando conceitos matemáticos para posterior compreensão e sistematização.

Findado o processo de medições, o professor deverá prosseguir com uma roda de discussão dos resultados com todos os alunos participantes.

As medidas encontradas pelos 05 grupos com utilização do teodolito serão discutidas e professor deverá sempre realizar o resgate dos conceitos trabalhados desde a primeira etapa e então por fim realizar a sistematização dos conceitos de maneira formal. As definições sistemáticas das razões trigonométricas são:

Semelhança de triângulos retângulos

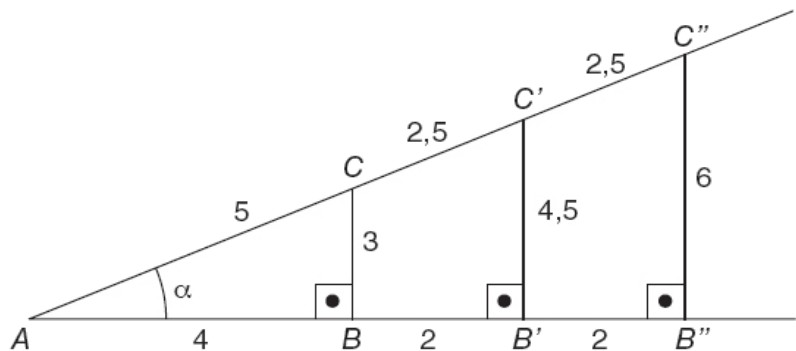


Figura 04.

Pontos A , B , B' e B'' : colineares

- Segmentos BC , $B'C'$ e $B''C''$: perpendiculares a AB''

Consequência: triângulos retângulos ABC , $AB'C'$ e $AB''C''$ semelhantes e lados correspondentes proporcionais.

Tendo como referência o ângulo α :

- Lados CB , $C'B'$ e $C''B''$: **catetos opostos** a α em cada triângulo
- Lados AB , AB' e AB'' : **catetos adjacentes** a α em cada triângulo
- Lados AC , AC' e AC'' : **hipotenusas** de cada triângulo

Relações trigonométricas: seno, cosseno, tangente

Razões entre dois lados de cada um dos triângulos:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'} = \frac{AB''}{AC''} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{AC'} = \frac{B''C''}{AC''} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{AB'} = \frac{B''C''}{AB''} = \frac{3}{4}$$

Para qualquer triângulo retângulo semelhante a ABC , as razões correspondentes serão iguais às razões obtidas anteriormente. Essas três razões trigonométricas recebem os nomes de cosseno, seno e tangente do ângulo α e são definidas como:

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Relação fundamental da trigonometria

Triângulo retângulo em que a hipotenusa mede 1 unidade:

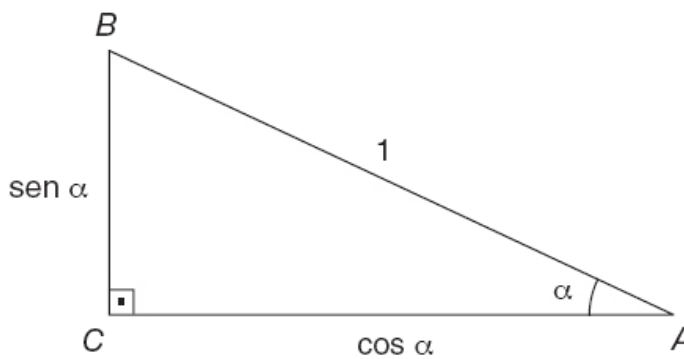


Figura 05

$$\text{sen } \alpha = \frac{a}{1} \Rightarrow a = \text{sen } \alpha$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{b}{1} \Rightarrow b = \text{cos } \alpha$$

Triângulo ABC :

Reescrevendo o teorema de Pitágoras:

$$(\text{sen } \alpha)^2 + (\text{cos } \alpha)^2 \Rightarrow 1$$

Relação Fundamental da

Trigonometria.

3ª ETAPA – CICLO TRIGONOMÉTRICO

A terceira etapa deverá ser realizada no terceiro e último encontro. O professor deverá seguir o roteiro de atividades descrito abaixo:

ATIVIDADE 03

SÉRIE: 2º ano

CONTEÚDO: Ciclo Trigonométrico

OBJETIVOS:

- Construir o ciclo trigonométrico e transitar sobre ele reconhecendo posições, arcos e ângulos.
- Conceituar seno, cosseno e tangente no ciclo para ângulos de 0° a 360° .

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES:

- Associar números reais a pontos da circunferência trigonométrica.
- Familiarizar com a circunferência trigonométrica.
- Conceituar arco trigonométrico.
- Conceituar e identificar números congruentes na circunferência trigonométrica.
- Obter determinações de um arco trigonométrico, principalmente a determinação principal.
- Identificar e determinar seno e cosseno e tangente de arcos na circunferência trigonométrica.
- Calcular senos e cossenos de arcos por meio de redução ao primeiro quadrante.
- Relacionar seno e cossenos e tangente dos arcos x , $180-x$, $180+x$ e $360-x$.

TEMPO ESTIMADO: 04 aulas

MATERIAL NECESSÁRIO:

05 cartolinas ou papéis cartão

05 régua

05 transferidores

05 lápis

05 canetas

05 borrachas

DESENVOLVIMENTO:

Solicite aos alunos que desenhem uma circunferência de 10cm de raio (raio=1unidade) e duas retas perpendiculares passando pelo centro da circunferência. Com o auxílio da régua dividam os eixos em 20 partes iguais, numere essas partes com uma reta numérica onde o zero é o ponto de encontro dos eixos. Com o transferidor divida a circunferência em 36 partes de 10° cada, em seguida corte duas tiras de papel de 11 cm de comprimento por 0,5cm de largura e prenda uma das extremidades com um percevejo no centro da circunferência. E por fim corte uma tira de papel de 40 cm de comprimento por 2 cm de largura e determine na sua metade o zero, para a direita os valores positivos e para esquerda os negativos e com percevejo fixe o zero da tira na origem dos arcos da circunferência.

Com posse do ciclo trigonométrico construído na primeira etapa deve-se prosseguir com a exploração do seno, cosseno e tangente dos ângulos através das seguintes questões contextualizadas:

Questão 01

Considere dois espelhos planos adjacentes, E_1 e E_2 , cujas superfícies refletoras formam entre si um ângulo de 90° . Quando um ponto P luminoso ou iluminado, é colocado no interior do ângulo de 90° , as várias reflexões da luz proveniente de P dão origem à formação de três imagens, P_1, P_2 e P_3 , tal que P e suas imagens pertencem a uma mesma circunferência de centro O e raio \overline{OP} . Considere o ponto A as origens dos arcos e sabendo que a medida do arco AP_1 , no sentido anti-horário, é 148° .

- A) Faça um esquema da situação proposta no texto
- B) Calcule a medida dos arcos AP, A P_2 e AP_3 , nesse mesmo sentido.

Questão 02

Em um shopping Center, uma rampa plana e reta une dois pisos horizontais e forma um ângulo obtuso de medida α com o piso inferior, tal que $\tan \alpha = \frac{-2}{5}$. Uma pessoa que percorre toda essa rampa desloca-se verticalmente 4m.

- A) Faça um esquema da situação proposta no texto
- B) Determine o deslocamento horizontal dessa pessoa.

Questão 03

A grade ronda de Pequim é uma das maiores roda-gigante do mundo. Podemos descrever seu movimento de giro por meio de uma função trigonométrica. Por exemplo, considerando um extremo A de um diâmetro horizontal podemos descrever o movimento através da função $f(t) = 112 + 97 \sin \frac{\pi t}{15}$, em que $f(t)$ é altura, em metro, do ponto A em relação ao terreno num instante t, em minuto, a partir do início da medição do tempo (t=0).

- A) Qual é altura máxima atingida pelo ponto A
- B) Em quantos minutos a roda dar uma volta completa.

Com o auxílio do material essas relações passam a ser facilmente entendidas pelos alunos. Geralmente a preocupação maior dos alunos é em decorá-las ao invés de compreendê-las. Com a manipulação do material, a compreensão acontecerá de forma natural. Logo, com as resoluções de cada grupo, sugere-se que se prossiga com a roda de discussão. Onde serão discutidos todos os resultados obtidos. E por fim a sistematização formal dos conceitos, a saber:

O ciclo trigonométrico

É uma circunferência de raio unitário e cujo centro coincide com a origem de um plano cartesiano.

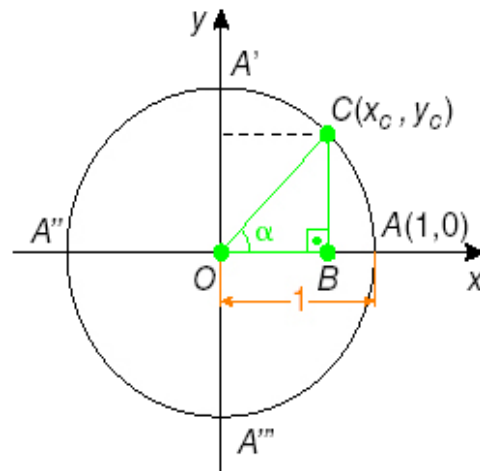


Figura 6.

- $\triangle OBC$ é retângulo em B , e a hipotenusa OC mede 1 (raio da circunferência unitário). As coordenadas (x_C, y_C) do ponto C são numérica (e respectivamente) iguais a $\cos \alpha$ e $\sin \alpha$.
- Os sinais de seno e cosseno dos ângulos inscritos no ciclo trigonométrico dependem do quadrante no qual a extremidade do arco associado está localizada.

1. Como vimos, se $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, o ponto extremo pertence ao primeiro quadrante, então $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ são positivos.

2. Se $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, então $\sin \alpha > 0$ e $\cos \alpha < 0$.

3. Se $180^\circ < \alpha < 270^\circ$, então $\sin \alpha < 0$ e $\cos \alpha < 0$.

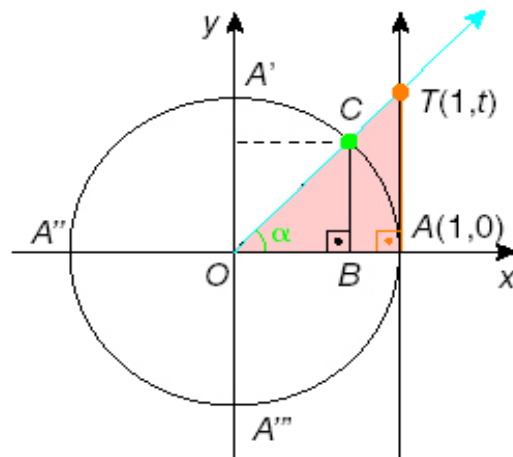
4. Se $270^\circ < \alpha < 360^\circ$, então $\cos \alpha > 0$ e $\sin \alpha < 0$.

Note ainda que:

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1 \text{ e } -1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

A tangente no ciclo trigonométrico

Sobre a circunferência trigonométrica, tomamos um eixo paralelo a Oy e que passa pelo ponto $A(1, 0)$. Todos os pontos sobre esse eixo serão do tipo $T(1, t)$.



O sinal da tangente dos ângulos inscritos no ciclo trigonométrico depende do quadrante no qual o ponto T , associado ao ângulo α , está localizado:

1. Se $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ou $180^\circ < \alpha < 270^\circ$, a coordenada t estará localizada no semiplano positivo, portanto a $\text{tg } \alpha$ é positiva.

2. Se $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ou $270^\circ < \alpha < 360^\circ$, a coordenada t estará localizada no semiplano negativo, então a $\text{tg } \alpha$ é negativa.

A $\text{tg } \alpha$ não é limitada, e $\text{tg } \frac{\pi}{2}$ e $\text{tg } \frac{3\pi}{2}$ não existem, pois, quando se prolonga o raio do ciclo trigonométrico associado a esses ângulos centrais, esse prolongamento não cruza o eixo das tangentes.

Simetria de arcos

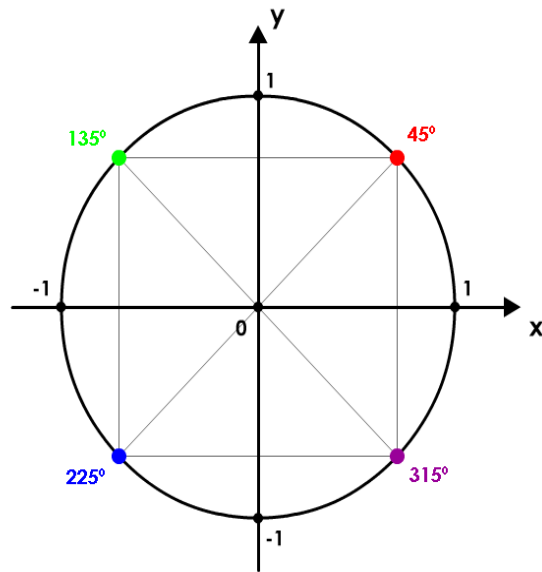


Figura 7.

De modo geral, temos:

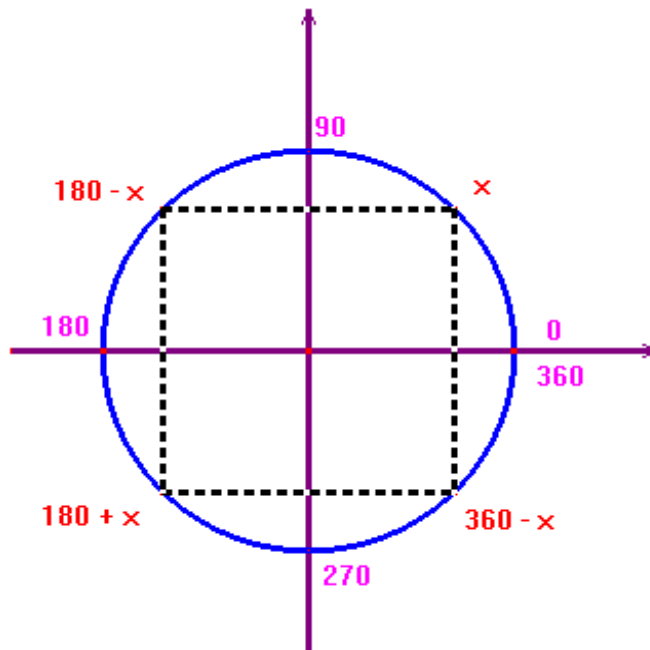


Figura 8.

CAPÍTULO 3

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na presente pesquisa, de acordo com o referencial teórico construído, buscou-se apresentar a metodologia de Resolução de Problemas na concepção de Polya e Onuchic, como ferramenta eficaz no ensino da trigonometria.

A matemática é uma disciplina vista como de difícil compreensão, e os conteúdos trigonométricos entram em um rol de conteúdos considerados complexos. Como educador e mediador do conhecimento, devemos buscar novos meios de construir o aprendizado. Entender que métodos tradicionais, que apenas buscam a memorização de fórmulas e a exaustão de cálculos não produzem o efetivo conhecimento. O aluno precisa compreender que os conteúdos matemáticos podem ser percebidos a sua volta, em seu cotidiano. O ensino deve partir da realidade para a abstração e não o contrário.

A utilização do método de Resolução de Problemas poderá beneficiar o aluno na construção do seu próprio conhecimento por meio de situações em que ele desenvolva a capacidade de criar e inovar ao resolver problemas. Para que isso ocorra, é importante que o professor crie, em sua sala de aula, um local motivador e que instigue o aluno a interpretar tais situações.

De Polya (1978) aos pesquisadores atuais, todos sinalizam algumas etapas inevitáveis para se resolver um problema: inicia-se com a compreensão do problema e a coleta dos dados, avançando para a seleção e execução de estratégias e finaliza com a validação dos resultados. Assim, torna-se muito importante o trabalho do professor, não só na criação e seleção dos problemas, mas na condução do processo em sala de aula.

A nossa proposta pedagógica visa tornar o aprendizado do aluno eficaz e não meramente memorizar fórmulas e procedimentos. Os alunos são estimulados a investigar buscando e usando seus conhecimentos já construídos. Descobrir caminhos e decidir quais devem tomar para resolver o problema, trabalhando colaborativamente, relacionando ideias e discutindo o que deve ser feito para chegar à solução. Para que isso ocorra o professor deverá escolher e preparar com muito cuidado os problemas. Nas questões existentes em nossa proposta buscamos sugerir questionamentos que fazem parte da realidade, que despertem a curiosidade dos estudantes, que estimulem o interesse e a motivação para solucioná-los.

De forma indubitável, o interesse e o envolvimento dos alunos na execução de uma tarefa são fundamentais, sendo assim, o problema deve ser criteriosamente escolhido e planejado. Como formador de novos conceitos e conteúdos matemáticos, o problema deve ser desafiador para envolver o aluno, mas com um grau de dificuldade que não o desestimule a resolver.

Ensinar a trigonometria através da Resolução de Problemas não deve ser conceituado, meramente, como apresentar um problema, sentar-se e esperar que através de um truque de mágica tudo se resolva. O processo requer um rigor metodológico, no qual o professor, além de mediador do conhecimento, é responsável pela elaboração e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante, em que a aula deve acontecer. A Resolução de Problemas requer do professor um processo contínuo de avaliação, porém aberto aos novos caminhos apresentados.

Onuchic orienta que os alunos devem ser desafiados a resolver um problema e devem desejar fazê-lo. O problema deve conduzi-los a utilizar seus conhecimentos anteriores. Por outro lado, o problema deverá exigir que busquem novas possibilidades, novos recursos, novos conhecimentos para obter a solução, não sendo desta forma, os alunos não irão encará-lo com um problema.

Através desse método o aluno constrói os conceitos trigonométricos durante a resolução de um problema, e depois é formalizado pelo professor. Dessa forma realmente trataremos esse aluno como co-construtor do conhecimento e não meramente espectador. Ele não apenas absorve os conceitos de forma decorada, sem qualquer compreensão, ele é construtor dos conceitos e passa a relacioná-lo de fato ao seu mundo real.

A maior finalidade de aprender a trigonometria é a de ser capaz de usá-la. Os conceitos não devem ser apenas abstrações, mas elementos reais que possibilite aos alunos compreender diversas coisas a sua volta e dar sentido aos conteúdos trigonométricos. Certamente o uso do método de Resolução de Problemas contribui significativamente para que o aluno atinja esses objetivos. Como educador responsável por fomentar melhorias no processo de ensino, sugerimos que os docentes passem a utilizar com maior frequência esse método.

A própria realização desse trabalho nos inquietou ainda mais a utilizar o método de Resolução de Problemas durante as aulas ministradas. O nosso olhar foi ampliado, os conhecimentos adquiridos através da revisão bibliográfica, foram cruciais para ratificarmos que o a utilização do método de Resolução de Problemas é eficaz, ou seja, o impacto positivo gerado no ensino da matemática, em especial da trigonometria, é substancial. E ao utilizar esse método nas nossas atividades de docência obteremos bons resultados, tanto na inovação

das aulas, como no interesse e motivação dos alunos em querer aprender os conteúdos ensinados.

Logo, a elaboração desse trabalho contribuiu primeiramente para a melhoria da nossa formação profissional, nos conduzindo a uma reflexão dos métodos até então utilizados para mediar o conhecimento e a um trabalho contínuo de aperfeiçoamento. Esperamos que essa proposta pedagógica possa contribuir para a melhoria do ensino da matemática, em especial, o da trigonometria e que novos trabalhos sejam realizados propondo a utilização do método De Resolução de Problemas com outros temas.

REFERÊNCIAS

1. BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
2. _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, 1999.
3. _____. Ministério de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: Ministério da Educação, 1997.
4. _____. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino medio**. Brasília: MEC, 2000.
5. _____. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares do Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/Semtec, 2006.
6. BOYER, C. B. História da Matemática. Tradução: Elza Furtado Gomide. São Paulo: E. Blucher, 1974. 488 p
7. CHASSOT, Attico. **Alfabetização Científica – Questões e Desafios para a Educação**. 2ª. Ed. Unijuí: Ijuí, 2001.
8. D'AMBRÓSIO, U. **Algumas reflexões sobre a resolução de problemas**. Disponível em <<http://issonaoeproblemaseu.blogspot.com/2010/09/algumas-reflexoes-sobre-resolucao.html>>. Acesso em: 25 jul. 2010.
9. DANTE, L.R. **Tudo é Matemática**. 3ª Edição. Editora Ática, São Paulo, 7ª, 2010.
10. GAZIRE, Eliane Scheid. **Perspectivas da resolução de problemas em educação matemática**. 1988. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 1988.
11. JUNIOR, C. S. (2006). Um estudo exploratório sobre o uso da informática na resolução de problemas trigonométricos (dissertação de mestrado, UNESP, Bauru, Brasil). Disponível em: <http://www2.fc.unesp.br/BibliotecaVirtual/DownloadDocumentoAction.do?idDocumento=5>. Acesso em: 15 de Janeiro de 2014.
12. LINDEGGER, L. R. M. (2000). Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo: uma proposta a partir da manipulação de modelos (dissertação de mestrado, PUC- São Paulo, Brasil). Disponível: http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/luiz_lindegger.pdf. Acesso em: 20 de Janeiro de 2014.

13. LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: _____ (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.
14. NUNES, C. B. **O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas:** perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática. 2010. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.
15. ONUCHIC, L. de La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria A. V. (org.). **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p.199-218.
16. ONUCHIC, L. R. **Uma história da resolução de problemas no brasil e no mundo.** Disponível em: <http://www.rc.unesp.br//serp/trabalhos_completos/completo3.pdf>. Acesso em: 25 JUL. 2010.
17. ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S.G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, M. C (Org). **Educação matemática:** pesquisa em movimento. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.
18. ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S.G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, M. C (Org). **Educação matemática:** pesquisa em movimento. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.
19. ONUCHIC, L.L.R. & ZUFFI, E. M. O ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Iberoamericana de Matemática**, San Cristobal de La Laguna, ano 2007, v. 11, n. 11, p. 79- 97, 2007.
20. POLYA, G. A. **A arte de resolver problemas.** Tradução Heitor Lisboa de Araújo. São Paulo: Interciência, 1978.
21. POLYA, George. **Mathematical discovery.** New York: Jonh Wiley and Sons. 1981
22. POZO, J. I. (Org). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução: Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 9-65.
23. SÃO PAULO. Secretaria do Estado da Educação. **Proposta Curricular do estado de São Paulo: Matemática.** São Paulo. SEE, 2008.
24. STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.). **The teaching and assessing of mathematical problem solving.** Reston: NCTM, p. 1-22, 1990.

25. VELOSO, E. & LEAL, L. C. Experiência matemática. In H. M. Guimarães, A. Silva, J. P. Ponte, L. Santos, M. Abrantes & P. Abrantes (Eds.), Paulo Abrantes – Intervenções em Educação Matemática, 2005.

APÊNDICE

COLÉGIO:

Disciplina: Matemática

Ano:

Profº:

Ensino: Médio

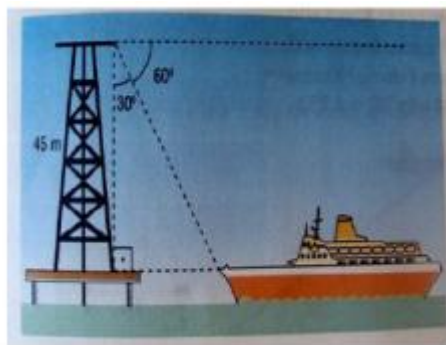
Data:

Aluno: _____

Lista de Atividade

Questão 1

Do alto de uma torre de uma plataforma marítima de petróleo, de 45 m de altura, o ângulo de depressão em relação à proa de um barco é de 60° . Determine a que distância o barco está da plataforma, sabendo que a razão entre o cateto oposto ao ângulo de 30° e o cateto adjacente é igual a ?



Questão 2

Um teleférico deve unir os topos A e B de dois morros. Para calcular a quantidade de cabo de aço necessária, um engenheiro mediu as alturas dos morros em relação ao mesmo plano horizontal, obtendo 108m e 144m. A seguir, mediu o ângulo que a reta forma com a horizontal, obtendo 32° .

A) Faça um esquema da situação proposta no texto

B) Calcule a distancia entre os pontos A e B, sabendo que a razão entre o cateto oposto ao ângulo de 32° e a hipotenusa do triângulo é igual a 0,52.

Questão 3

Em um cinema, os olhos de um espectador estão no mesmo plano horizontal que contém a base da tela vertical de 3,2m de altura. O espectador vê toda extensão vertical da tela sob um ângulo de medida α tal que a razão entre o cateto adjacente ao ângulo α e a hipotenusa do triângulo retângulo é igual a. Calcule a distância entre os olhos do espectador e a base da tela.

Questão 4

Dois níveis de uma praça estão ligados por uma rampa de 3m de comprimento e 30° de inclinação. Devem-se construir sobre a rampa 6 degraus de mesma altura. Sabendo que a razão entre a altura da rampa e o comprimento da rampa é igual 0,5.

- A) Faça um esquema da situação proposta no texto
- B) Determine a altura de cada degrau

Questão 5

A torre Eiffel tem sua base em um piso plano e horizontal. De um ponto A desse piso, distante $108\sqrt{3} m$ do centro da base, vê-se o ponto mais alto da torre sob um ângulo de 60° com o piso. Sabendo que a razão entre a distância do centro da base até o ponto A e do ponto A ao ponto mais alto da torre é igual a 0,5.

- A) Faça um esquema da situação proposta no texto
- B) Determine a altura da torre Eiffel

COLÉGIO:**Disciplina:** Matemática**Ano:****Profº:****Ensino:** Médio**Data:****Aluno:** _____

Lista de Atividade

Questão 01

Considere dois espelhos planos adjacentes, E_1 e E_2 , cujas superfícies refletoras formam entre si um ângulo de 90° . Quando um ponto P luminoso ou iluminado, é colocado no interior do ângulo de 90° , as várias reflexões da luz proveniente de P dão origem à formação de três imagens, P_1, P_2 e P_3 , tal que P e suas imagens pertencem a uma mesma circunferência de centro O e raio \overline{OP} . Considere o ponto A as origens dos arcos e sabendo que a medida do arco AP_1 , no sentido anti-horário, é 148° .

- A) Faça um esquema da situação proposta no texto
- B) Calcule a medida dos arcos AP, A P_2 e AP_3 , nesse mesmo sentido.

Questão 02

Em um shopping Center, uma rampa plana e reta une dois pisos horizontais e forma um ângulo obtuso de medida α com o piso inferior, tal que $\tan \alpha = \frac{-2}{5}$. Uma pessoa que percorre toda essa rampa desloca-se verticalmente 4m.

- A) Faça um esquema da situação proposta no texto
- B) Determine o deslocamento horizontal dessa pessoa.

Questão 03

A grade ronda de Pequim é uma das maiores roda-gigante do mundo. Podemos descrever seu movimento de giro por meio de uma função trigonométrica. Por exemplo,

considerando um extremo A de um diâmetro horizontal podemos descrever o movimento através da função $f(t) = 112 + 97 \sin \frac{\pi t}{15}$, em que $f(t)$ é altura, em metro, do ponto A em relação ao terreno num instante t, em minuto, a partir do início da medição do tempo ($t=0$).

- A) Qual é altura máxima atingida pelo ponto A
- B) Em quantos minutos a roda dar uma volta completa.