INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
MESTRADO EM MATEMÁTICA - PROFMAT

Alexandre de Azevedo Silva
Gabriella Marques Pereira da Costa

# Equações do Primeiro Grau

## Uma proposta de aula baseada na análise de livros

Rio de Janeiro - RJ
Março/2014

Alexandre de Azevedo Silva

Gabriella Marques Pereira da Costa

# Equações do Primeiro Grau

## Uma proposta de aula baseada na análise de livros

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), ministrado pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, como requisito para a obtenção do Grau de Mestre.

Área de atuação: Ensino da Matemática

Orientador: Prof. Dr. Roberto Imbuzeiro Oliveira

Rio de Janeiro - RJ
Março/2014

Alexandre de Azevedo Silva

Gabriella Marques Pereira da Costa

# Equações do Primeiro Grau

## Uma proposta de aula baseada na análise de livros

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), ministrado pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, como requisito para a obtenção do Grau de Mestre. Área de atuação: Ensino da Matemática

Aprovada em _______________ de 2013

BANCA EXAMINADORA

_______________________________________________

Orientador: Prof. Dr. ROBERTO IMBUZEIRO OLIVEIRA – IMPA

_______________________________________________

Prof. Dr. ______________________________ – _______

_______________________________________________

Prof. Dr. ______________________________ – _______

Rio de Janeiro - RJ
Março/2014

# Resumo

O presente trabalho visa à análise de obras direcionadas ao Ensino Fundamental, na disciplina de Matemática, com foco em um assunto específico, no caso, “equações do primeiro grau com uma incógnita”. Tal assunto permite que o educador aplique uma metodologia que desperte o interesse do aluno por este assunto. No entanto, isso de nada adianta caso o material didático em mãos do professor vá contra os seus anseios. Por esta razão, apresentamos uma proposta de aula sobre o assunto de forma mais simples e atraente para alunos e docentes.

## Abstract

This study aims to analyze the works directed to elementary school, in Mathematics, focusing on the specific issue of "the first-degree equations with one unknown". This issue allows the educator to apply a methodology that arouses students' interest. However, this is useless if the teaching material in the teacher's hands goes against their wishes. For this reason, we propose a class about the subject in a simpler and more attractive way for students and teachers.

# Sumário

# 1.Introdução

É fácil encontrar alunos dizendo que a matemática é muito complexa e professores dizendo que é difícil ensinar de modo que os alunos aprendam. A matemática está ligada a diversos assuntos de forma abstrata. Na verdade, a falta de contextualização dos problemas na matemática torna o seu ensino e aprendizado mais complicado, pois ao utilizar problemas que não correspondem à realidade, o aluno pode não buscar o senso crítico para dar sentido à sua resposta, gerando desinteresse pelo assunto.

Por mais que o professor já tenha ministrado uma aula diversas vezes, convém sempre procurar novos ângulos para tornar a aula mais atraente para o aluno e até mesmo para quebrar a monotonia de repetir os mesmos assuntos todo ano. A fim de preparar suas aulas de modo a dosar a apresentação que fará em sala, frequentemente o professor irá recorrer aos livros didáticos que, na maioria das vezes, são a sua única fonte de referência. É necessário que esses livros sejam confiáveis, objetivos e precisos. No entanto existem muitos que possuem falhas e deficiências.

Nessas condições, surgiu a ideia deste trabalho: analisar diversas abordagens de um tema específico nos livros didáticos e, a partir das críticas, propor uma aula mais atraente para o aluno.

O tema escolhido foi “equação do primeiro grau com uma incógnita”, pois é um assunto que gera muitas dúvidas durante as aulas e que aparece com frequência na resolução de problemas e em situações cotidianas.

O trabalho foi realizado em dupla com a Gabriella Marques Pereira da Costa, tendo como parte comum um capítulo sobre a fundamentação teórica com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’s) onde apresentamos um breve histórico e analisamos trechos que falam sobre o tema escolhido, e outro com a explicação teórica do tema escolhido. Os capítulos destinados à análise dos livros didáticos e a proposta de aula foram elaborados individualmente.

Os livros analisados foram:

Alexandre de Azevedo Silva – este trabalho;

- Matemática – Ênio Silveira e Claudio Marques
- Matemática em movimento – Adilson Longen
- A conquista da matemática – Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr

Gabriella Marques Pereira da Costa

- A conquista da matemática – Castrucci e Giovanni Jr
- Matemática – Bianchinni
- Apostila da Prefeitura do RJ

Tomamos como ponto de partida, o livro de Elon Lages Lima com o objetivo de orientar professores oferecendo, junto com a crítica, sugestões, propostas, pontos positivos e negativos. Para realizar a análise, vamos verificar se o livro possui erros, deficiências, excesso de formalismo, tipo de linguagem, layout, adequação aos PCN's e exercícios de acordo com a teoria.

As propostas de aula terão duas abordagens, Ensino Público (Gabriella) e Ensino Privado (Alexandre), com técnicas desenvolvidas com base em nossas experiências práticas, nas análises dos livros e de acordo com os PCN's.

# 2.Fundamentação teórica com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais

Este capítulo foi elaborado em parceria com Gabriella Marques. Aqui fazemos a exposição dos Parâmetros Curriculares Nacionais, ou PCN's, que serão utilizados como um dos critérios de análise de livros e cadernos pedagógicos.

Iremos nos deter mais naqueles critérios que consideramos mais relevantes para nossa análise.

Com isso, esperamos tornar o trabalho o mais rico possível em informações para que qualquer um, educador ou não, possa ter uma noção bem nítida das vantagens e desvantagens de determinada obra, e se a mesma é adequada ou não à utilização desejada.

## 2.1 Definição dos Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais — PCN's — são referências para o Ensino Fundamental e Médio de todo o país. O objetivo dos PCN's é garantir a todas as crianças e jovens brasileiros, mesmo em locais com condições socioeconômicas desfavoráveis, o direito de usufruir do conjunto de conhecimentos reconhecidos como necessários para o exercício da cidadania. Não possuem caráter de obrigatoriedade e, portanto, pressupõe-se que serão adaptados às peculiaridades locais. A comunidade escolar de todo o país está ciente de que os PCN's não são uma coleção de regras que pretendem ditar o que os professores devem ou não fazer e sim uma referência para a transformação de objetivos, conteúdos e didática do ensino.

Segundo documento [9] presente no portal do Ministério da Educação – MEC:

*"Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o País. Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica atual.*

*Por sua natureza aberta, configuram uma proposta flexível, a ser concretizada nas decisões regionais e locais sobre currículos e sobre programas de transformação da realidade educacional empreendidos pelas autoridades governamentais, pelas escolas e pelos professores. Não configuram, portanto, um modelo curricular homogêneo e impositivo, que se sobreporia à competência político-executiva dos Estados e Municípios, à diversidade sociocultural das diferentes regiões do País ou à autonomia de professores e equipes pedagógicas".*

Os PCN's são divididos em vários livros, sendo o primeiro deles relacionado ao Ensino Fundamental, da primeira a quarta série, o segundo relacionado ao Ensino Fundamental da quinta a oitava série e, o último, ao Ensino Médio.

Como o nosso trabalho irá falar sobre "equações do primeiro grau", é importante que saibamos o que o Programa Curricular fala a respeito deste tema.

Primeiramente, veremos o que é dito a respeito do Ensino Fundamental em si, que é onde tal assunto encontra-se inserido. Posteriormente, faremos a exposição de como o assunto Álgebra é abordado no documento.

Como podemos ver, os PCN's fazem uma comparação entre a apresentação usual com outras formas da mesma, abrindo um novo leque de opções que podem ser utilizadas para explicar determinado assunto.

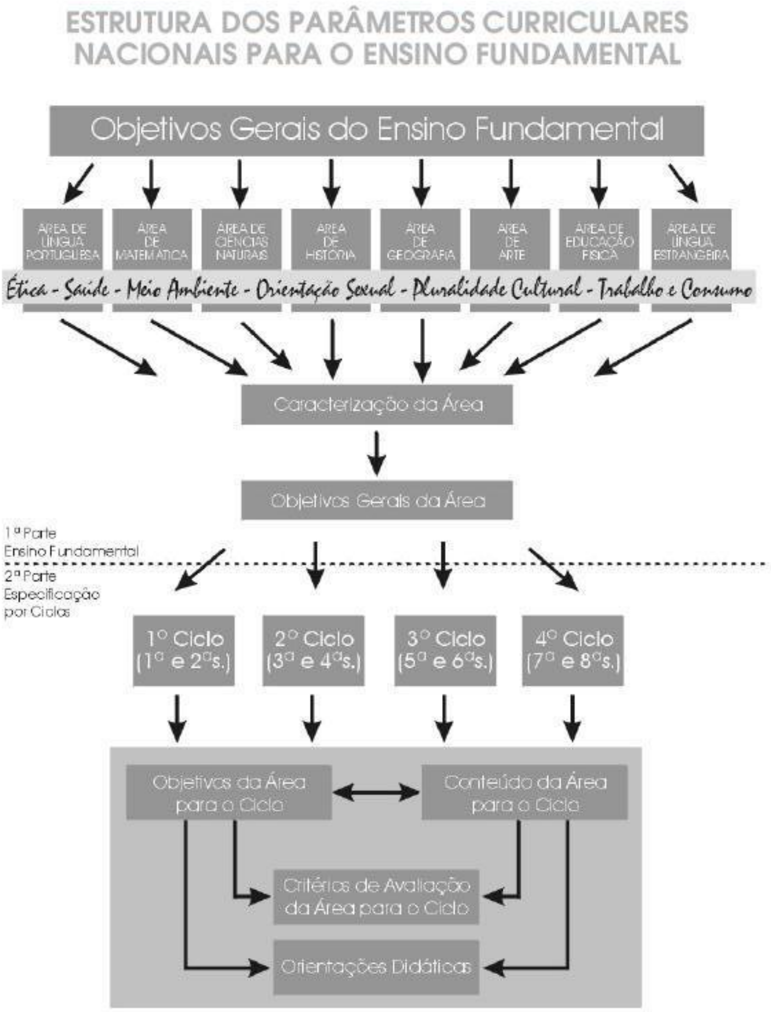
Segundo os PCN's:

*"Muitos professores consideram que é possível trabalhar com situações do cotidiano ou de outras áreas do currículo somente depois de os conhecimentos matemáticos envolvidos nessas situações terem sido amplamente estudados pelos alunos. Como esses conteúdos geralmente são abordados de forma linear e hierarquizada, apenas em função de sua complexidade, os alunos acabam tendo poucas oportunidades de explorá-los em contextos mais amplos. Mais ainda, as situações-problema raramente são colocadas aos alunos numa perspectiva de meio para a construção de conhecimentos.*

*Essa organização linear e bastante rígida dos conteúdos, que vem sendo mantida tradicionalmente na organização do ensino de Matemática, é um dos grandes obstáculos que* *impedem os professores de mudar sua prática pedagógica numa direção em que se privilegie o recurso à resolução de problemas e a participação ativa do aluno.*

*Porém, isso pode ser rompido se o professor se predispuser a traçar no seu planejamento algumas conexões entre os conteúdos matemáticos. Para tanto, ao construir o planejamento, é preciso estabelecer os objetivos que se deseja alcançar, selecionar os conteúdos a serem trabalhados, planejar as articulações entre os conteúdos, propor as situações-problema que irão desencadeá-los. É importante que as conexões traçadas estejam em consonância com os eixos temáticos das outras áreas do currículo e também com os temas transversais."*

A figura abaixo, retirada do documento original dos PCN's, mostra como são tratados os parâmetros curriculares para o Ensino Fundamental.




**Estrutura dos PCN's para o Ensino Fundamental**

Algo para o qual os PCN’s dão muita importância é a utilização de situações-problema:

*“A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las.”*

Mas, em relação ao tópico por nós escolhido, quais são os apontamentos feitos pelos parâmetros curriculares? Segundo o texto do PCN, mesmo que nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da Álgebra, é especialmente nas séries finais do Ensino Fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação.

## 2.2 O educador e sua adequação aos PCN’s

Podemos ver que os PCN’s deixam claro que o amadurecimento dos conceitos de Álgebra deve se dar nas séries finais do Ensino Fundamental. Além disso, nota-se que o assunto “equações”, embora não diretamente tratado pelos parâmetros traçados, encontra-se presente dentro do tópico que fala sobre a Álgebra de uma maneira geral.

De nenhuma maneira o educador fica sem um norte ao procurar a respeito de tal assunto, pois fica claro que o objetivo é a representação de problemas por meio de equações e inequações, que é quando se faz a necessidade do assunto “equações” tomar forma em sala de aula.

Com tudo o que foi exposto, pode-se delinear melhor como será feita a avaliação dos livros-texto ao longo dos demais capítulos de nosso trabalho. O grande problema é que, segundo Elon Lages Lima em [5], existem essencialmente dois tipos de livros: os que foram escritos por professores que não tiveram uma formação adequada e, assim como seus alunos, tiveram contato com livros cheios de falhas, não aprendendo muito bem sobre o próprio assunto que escreveram; e os que foram escritos por professores de Ensino Superior, que não tem vivência numa sala de aula da série para a qual estão escrevendo, nem conseguem dosar o grau de abstração e generalidade aceitáveis ao público-alvo, resultando em livros menos didáticos e com uma linguagem menos adequada aos alunos.

## 2.3 Nossa interpretação dos PCN's

Muitas vezes, os livros-textos adotados em escolas são abundantes em exercícios, alguns contextualizados, outros não. De fato, nem sempre é possível contextualizar determinados assuntos, pelo menos naqueles exercícios em que o aluno vai acabar aprendendo a parte mais básica da matéria por meio de uma excessiva repetição. Mas, fique bem claro, não apoiamos aquele ensino "engessado" em que o aluno acaba repetindo e decorando tudo, sem entender.

O que achamos adequado é que seja apresentada uma forma de ensinar que misture tanto a forma tradicional quanto a forma contextualizada de lecionar para que o aluno tenha uma perfeita sedimentação do conteúdo abordado.

Pensamos que o assunto "equações do primeiro grau", quando dado pela primeira vez, no Ensino Fundamental, deva ser dado de maneira a aliarmos o ensino "clássico", com questões repetitivas, do tipo "efetue", "resolva", àquelas que possuam alguma forma de contextualização.

Esta é a linha de pensamento que iremos seguir e que será utilizada para que façamos a análise dos livros que selecionamos para dar continuidade ao nosso trabalho.

# 3.Teoria de equações

Este capítulo foi elaborado também em parceria com Alexandre de Azevedo Silva. Aqui é apresentada toda a teoria referente ao assunto que será avaliado: teoria das equações do primeiro grau. Com isso, objetiva-se deixar claro qual é o assunto que está sendo analisado, para que fiquem bem claros os critérios, bem como o motivo de elogios ou críticas a várias obras, em vários momentos de nossa avaliação dos materiais didáticos.

Sendo assim, a exposição da teoria nos permite melhor justificar o que será feito no próximo capítulo, que é o da análise crítica em si.

## 3.1 As equações

Equação é toda sentença matemática aberta que exprime uma relação de igualdade. A palavra equação tem o prefixo “equa”, que em latim quer dizer "igual".

Exemplo 1: São equações

$$2x + 8 = 0$$

$$5x - 4 = 6x + 8$$

$$3a - b - c = 0$$

Exemplo 2: Não são equações

$4 + 8 = 7 + 5$ (Não é uma sentença aberta)

$x - 5 < 3$ (Não é igualdade)

$5 \neq -2$ (não é sentença aberta, nem igualdade)

### 3.2 Equação do primeiro grau

A equação geral do primeiro grau $ax + b = 0$, onde $a$ e $b$ são números conhecidos e $a \neq 0$, se resolve de maneira simples: subtraindo $b$ dos dois lados, obtemos $ax = -b$ e dividindo por $a$ (dos dois lados), temos $x = -\frac{b}{a}$. Os casos em que $a = 0$, serão analisados separadamente na seção 3.7.

No entanto, vale à pena deixar claro que o que deve ser feito é isolar o "$x$" de um dos lados da equação e deixar os demais valores do lado oposto, o que nos leva à solução do problema.

Devemos esclarecer que há equações que não vão aparecer da exata maneira como no exemplo acima. Na verdade, a maior parte terá de sofrer uma pequena mudança na posição de seus termos para que fique com o aspecto de "$ax + b = 0$".

### 3.3 Definição de incógnita e variável

Para a definição de variável e incógnita, toma-se dois exemplos como os que vêm a seguir:

a) 2x + 6 = 0

Neste caso, temos que o "x" possui um valor único a ser encontrado, ao resolvermos a equação, que será 2x = -6 ou x = -3.

Quando isso acontece, chamamos o "x" de incógnita.

b) x + y = 3

Neste caso, devemos observar que para cada valor de y, teremos um diferente valor de x. Por exemplo, para y =1, temos x =2;para y = 2, temos x = 1 e por aí vai.Com isso, temos que, dependendo do conjunto universo, teremos infinitos pares de números cuja soma é igual a 3.

Quando isso acontece, chamamos o "x" (e também o "y") de variável.

### 3.4 Elementos de uma equação

Considere a equação $2x - 8 = 3x - 10$. A letra $x$ representa a incógnita, isto é, a parte desconhecida da equação.

Na equação acima a incógnita é $x$; tudo que antecede o sinal da igualdade denomina-se 1º membro, e o que sucede, 2º membro.

$$\underbrace{2x - 8}_{1^{\underline{o}}\ membro} = \underbrace{3x - 10}_{2^{\underline{o}}\ membro}$$

Qualquer parcela, do 1º ou do 2º membro, é um termo da equação.

$$\underbrace{\underbrace{2x}\ \underbrace{-8} = \underbrace{3x}\ \underbrace{-10}}_{termos\ da\ equação}$$

### 3.5 Conjunto universo e conjunto verdade

Conjunto universo é o conjunto de todos os valores que uma variável pode eventualmente assumir. Ele é usualmente indicado pela letra $U$.

Conjunto verdade é o conjunto dos valores de $U$, que tornam verdadeira a equação. Ele é usualmente indicado pela letra $V$.

O conjunto verdade é subconjunto do conjunto universo: $V \subset U$

Exemplo 3: Considere o conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e a equação $x + 2 = 5$.

O conjunto A é denominado conjunto universo da equação e o conjunto $\{3\}$ é o conjunto verdade dessa mesma equação, pois $3 + 2 = 5$.

Exemplo 4: Determine os números inteiros que satisfazem a equação $x^2 = 25$.

O conjunto dos números inteiros é o conjunto universo da equação. Os números $-5$ e 5, que satisfazem a equação, formam o conjunto verdade, podendo ser indicado por $V = \{-5, 5\}$.

Exemplo 5: Determine o conjunto verdade da equação $x^2 = 25$, se o conjunto universo for o dos números naturais.

Os números $-5$ e $5$ vão satisfazer a equação, mas o conjunto verdade será $V = \{5\}$, pois $-5 \notin \mathbb{N}$.

De nada adianta encontrarmos um valor de "$x$" que obedece à equação dada se tal valor não pertencer ao conjunto universo com o qual estivermos trabalhando.

O conjunto verdade é também conhecido por conjunto solução e pode ser indicado por $S$.

Devemos observar que o conjunto racional é adotado como conjunto universo pelo fato de que, à época em que tal assunto é abordado na escola, os alunos ainda não tiveram contato com o conjunto dos números reais. Não sendo citado o conjunto universo, devemos considerar como conjunto universo o conjunto dos números racionais: $U = \mathbb{Q}$. Ao chegarem no Ensino Médio, vão perceber que quando nada for mencionado numa questão, o conjunto universo implícito será o conjunto dos números reais.

## 3.6 Raízes

Os elementos do conjunto verdade de uma equação são chamados raízes da equação. Para verificar se um número é raiz de uma equação, devemos obedecer à seguinte sequência:

- Substituir a incógnita por esse número.
- Determinar o valor de cada membro da equação.
- Verificar a igualdade. Sendo uma sentença verdadeira, o número considerado é raiz da equação.

Resolver uma equação consiste em realizar uma espécie de operações que nos conduzem a equações equivalentes cada vez mais simples e que nos permitem, finalmente, determinar os elementos do conjunto verdade ou, de modo equivalente, as raízes da equação. Ou seja, resolver uma equação significa determinar o seu conjunto verdade, dentro do conjunto universo considerado.

Veremos agora de que maneira podemos resolver uma equação, bem como o que seriam "equações equivalentes".

## 3.7 Resolvendo uma equação

Uma das maneiras pelas quais podemos resolver uma equação é através da tentativa e erro. A seguir, um exemplo para que isso fique bem claro.

Vamos verificar quais dos elementos do conjunto universo são raízes das equações abaixo, determinando em cada caso o conjunto verdade.

Exemplo 5: Resolva a equação $x - 2 = 0$, sendo $U = \{0, 1, 2, 3\}$.

Para $x = 0$ na equação $x - 2 = 0$, temos: $0 - 2 = 0 \;=>\; -2 = 0$. (F)

Para $x = 1$ na equação $x - 2 = 0$, temos: $1 - 2 = 0 \;=>\; -1 = 0$. (F)

Para $x = 2$ na equação $x - 2 = 0$, temos: $2 - 2 = 0 \;=>\; 0 = 0$. (V)

Para $x = 3$ na equação $x - 2 = 0$, temos: $3 - 2 = 0 \;=>\; 1 = 0$. (F)

Verificamos que 2 é raiz da equação $x - 2 = 0$, logo $V = \{2\}$.

Exemplo 6: Resolva a equação $2x - 5 = 1$, sendo $U = \{-1, 0, 1, 2\}$.

Para $x = -1$ na equação $2x - 5 = 1$ temos: $2 \cdot (-1) - 5 = 1 \;=>\; -7 = 1$. (F)

Para $x = 0$ na equação $2x - 5 = 1$ temos: $2 \cdot 0 - 5 = 1 \;=>\; -5 = 1$. (F)

Para $x = 1$ na equação $2x - 5 = 1$ temos: $2 \cdot 1 - 5 = 1 \;=>\; -3 = 1$. (F)

Para $x = 2$ na equação $2x - 5 = 1$ temos: $2 \cdot 2 - 5 = 1 \;=>\; -1 = 1$. (F)

A equação $2x - 5 = 1$ não possui raiz em $U$, logo $V = \emptyset$.

Dados estes exemplos, é importante que fique claro que os mesmos são apresentados com o objetivo de que o aluno entenda o que é exatamente resolver uma equação, já esclarecendo, logo de início, que os valores encontrados devem pertencer ao conjunto universo.

No entanto, isto sempre funciona quando $U$ é finito; para o caso infinito, são necessárias as regras de manipulação que iremos agora discutir.

Na resolução de uma equação do 1º grau com uma incógnita, podemos aplicar os princípios de equivalência das igualdades (aditivo e multiplicativo). Assim, podemos somar/subtrair ou multiplicar/dividir os dois membros de uma equação que encontraremos uma equação equivalente.

Exemplo 7: Sendo $U = \mathbb{Q}$, resolva a equação $-\frac{3x}{4} = \frac{5}{6}$.

$MMC\ (4,6) = 12$

$$-\frac{9x}{12} = \frac{10}{12} \Longrightarrow -9x = 10 \Rightarrow x = -\frac{10}{9}$$

Como $-\frac{10}{9} \in \mathbb{Q}$, então $V = \left\{-\frac{10}{9}\right\}$.

Exemplo 8: Sendo $U = \mathbb{Q}$, resolva a equação $2 \cdot (x-2) - 3 \cdot (1-x) = 2 \cdot (x-4)$.

Iniciamos aplicando a propriedade distributiva da multiplicação.

$$2x - 4 - 3 + 3x = 2x - 8 \Rightarrow 2x + 3x - 2x = -8 + 4 + 3 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

Como $-\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$, então $V = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

## 3.8 Equações impossíveis e identidades

Sendo $U = \mathbb{Q}$, considere a equação $2 \cdot (6x - 4) = 3 \cdot (4x - 1)$.Observe, agora, a sua resolução.

$$2 \cdot 6x - 2 \cdot 4 = 3 \cdot 4x - 3 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12x - 8 = 12x - 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12x - 12x = -3 + 8 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \cdot x = 5$$

Como nenhum número multiplicado por zero é igual a $5$, dizemos que a equação é impossível e, portanto, não tem solução. Logo, $V = \emptyset$.

Assim, uma equação do tipo $ax + b = 0$ é impossível quando $a = 0$ e $b \neq 0$, mas esta não é a única situação que leva uma equação a não ter solução. Se $U = \mathbb{N}$, a equação $3 \cdot x = 5$ também é impossível, pois "$x$" teria de ser igual a $\frac{5}{3}$ e tal valor não pertence ao conjunto universo, que é o conjunto dos números naturais.

Sendo $U = \mathbb{Q}$, considere a equação $10 - 3x - 8 = 2 - 3x$ e observe a sua resolução:

$$-3x + 3x = 2 - 10 + 8 \ \Rightarrow \ 0 \cdot x = 0$$

Como todo número multiplicado por zero é igual a zero, dizemos que a equação possui tantas soluções quanto forem os elementos do conjunto universo. Equações desse tipo, em que qualquer valor atribuído à variável torna a equação verdadeira, são denominadas identidades.

Isso, no entanto, não nos impede de continuar denominando a equação $0 \cdot x = 0$ como uma igualdade, pois tanto num caso quanto no outro, tal equação será sempre válida para todos os valores do conjunto universo $U$.

# 4. Análise crítica dos livros e apostilas

Neste capítulo, um dos principais de nosso trabalho, começaremos expondo quais foram as principais características que procuramos avaliar em cada obra.

Detalhes tais como a forma como a teoria é abordada, inclusive se a mesma é apresentada numa ordem coerente e com bons exemplos, serão avaliados.

Deste ponto em diante, o nosso trabalho se divide em duas vertentes. Cada um dos integrantes do grupo irá abordar a análise dos livros à sua maneira, havendo apenas uma sinergia entre os dois, quando necessário.

Embora tenhamos analisado livros diferentes, tomamos como base vários aspectos parecidos, tais como: verificar, como já fora citado, se a teoria foi abordada em uma ordem coerente; possíveis erros de definição ou desatenção tais como definições incompletas ou vagas e erros de cálculo ou formatação; adequação da linguagem ao ano em questão; objetividade, que consiste em não dar relevância aos pontos triviais e, ao mesmo tempo, destacar os pontos mais importantes; adequação aos PCN's e exemplos adequados à realidade do aluno da rede pública.

Além disso, consideramos importante apontar os pontos positivos e negativos de cada livro, apontar possíveis falhas e/ou deficiências e verificar se os exercícios propostos estão condizentes com o nível da teoria.

Deve-se ressaltar que alguns critérios por nós utilizados foram originados da leitura do livro "Exame de Textos", de Elon Lages Lima. Neste livro o referido autor, e outros, fez uma avaliação de 12 coleções de Matemática do Ensino Médio, justamente com o objetivo de dali extrair várias conclusões e sugestões.

Tais apontamentos serão feitos ao longo de nossa análise, com uma posterior conclusão a respeito de tudo o que será visto, como fechamento do nosso trabalho.

Com isso, decidi pela análise dos três livros a seguir, escolha essa que se revelou bem interessante, pois os mesmos apresentaram prós e contras bem diferentes um dos outros.

### 4.1 Análise do livro “Matemática, Ênio Silveira, Cláudio Marques, sexta série”

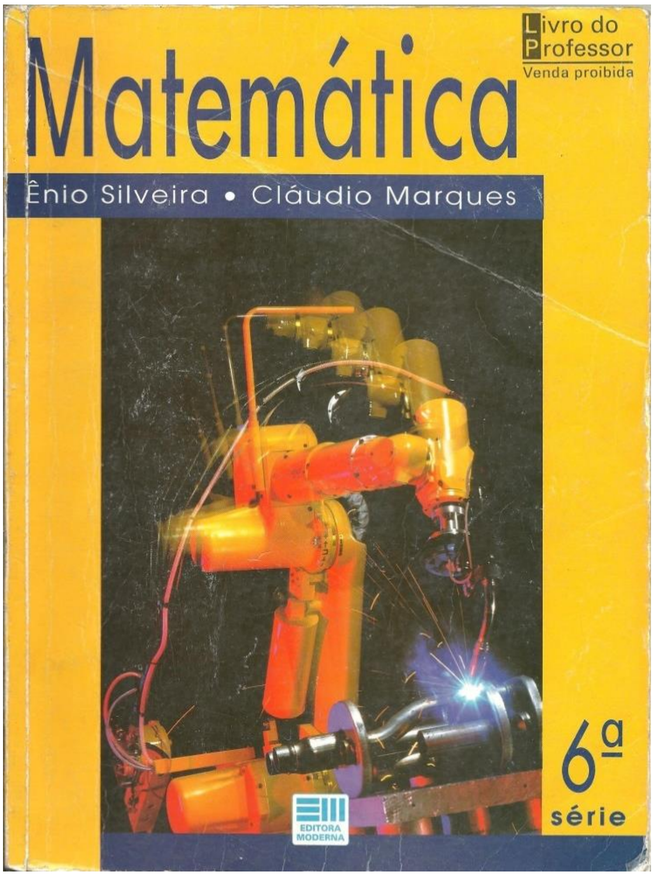



**Figura 1 :Capa do livro Matemática: Ênio Silveira e Cláudio Marques**

O presente livro trata de equações do primeiro grau em seu capítulo 6, intitulado: “Equações do primeiro grau com uma variável”.

Tal capítulo é dividido nas seguintes seções:

1.Introdução;

2.Equações;

3.Conjunto verdade e conjunto universo de uma equação;

4.Raízes de uma equação;

5.Equações equivalentes;

6.Aplicação dos princípios de equivalência;

7. Resolução de uma equação;

8.Equações impossíveis e identidades;

9.Resolução de problemas.

Não farei maiores comentários a respeito de cada tópico, já que os mesmos são apresentados e desenvolvidos de forma bem similar à maneira como conduzimos a teoria na parte introdutória do nosso trabalho.

Além disso, o livro segue a abordagem encontrada na maioria dos livros didáticos, que é dar um exemplo de uma situação-problema a ser traduzida numa equação do primeiro grau. No caso, o exemplo dado é o seguinte:

"Considere o seguinte problema:

Uma lancha percorreu 2/3 da distância total de uma prova náutica em uma hora. Faltam ainda 30 km para concluir a prova. Qual o percurso total dessa prova?"

Em seguida, é dada a solução do problema:

" Observe na figura abaixo a representação do problema, onde x corresponde ao percurso total da prova.

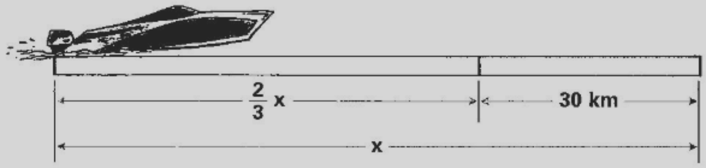



Figura: Matemática, Ênio Silveira, Cláudio Marques, sexta série

Verifique que a sentença matemática $2/3\ x + 30 = x$ representa a situação do problema."

Com isso, o livro já parte para classificar esta sentença como sendo uma sentença matemática aberta.

O problema é que o rápido exemplo é seguido por várias páginas onde temos a apresentação das definições de sentença fechada, aberta, bem como do conjunto-verdade, conjunto-universo e por aí vai.

Isso passa a impressão de que é mais importante que o aluno saiba estas nomenclaturas do que a transposição de uma situação-problema na forma de uma equação do primeiro grau. Isso acaba voltando os olhos dos alunos para a “pura e simples decoreba”. No entanto, é muito importante que os alunos saibam tais nomenclaturas, até porque mais à frente, quando se depararem com equações mais complicadas , isto será importante.

No entanto, num primeiro contato com a matéria, o aluno deveria ter mais exemplos de aplicações práticas da equação do primeiro grau.

Temos aqui uma falha, pois outros exemplos contextualizados deveriam ter sido dados logo no início do livro.

Um outro problema é que na hora de apresentar o conjunto-verdade e o conjunto-universo, é dado o seguinte exemplo:

“ Determine os números inteiros que satisfaçam à equação $x^2 = 25$.”

Ora, se estamos num capitulo a respeito de equações do primeiro grau, não existe justificativa para ser utilizado como exemplo uma equação que é do segundo grau.

Se ao menos tivesse sido feito o comentário de que existem equações que podem ter mais de uma solução, com a observação de que esta é uma equação do segundo grau,tal exemplo teria maior pertinência a este capítulo. No entanto, em nenhum momento isso foi feito.

Ao definir conjunto universo, é dada a seguinte definição:

“Conjunto Universo é o conjunto de todos os valores que a variável pode assumir. Indica-se por U.”

Em seguida, vem a definição de conjunto-verdade:

“Conjunto verdade é o conjunto dos valores de U, que tornam verdadeira a equação. Indica-se por V.”

O fato de que os valores do conjunto verdade têm que ser valores pertencentes ao conjunto universo é algo muito importante, e aqui ponto para o autor, que logo abaixo, ao falar sobre as raízes da equação, dá exemplos em que, pelo fato do valor encontrado não pertencer ao conjunto universo, tem-se um conjunto verdade vazio.

## 4.2 Análise do livro "Matemática em Movimento", Adilson Longen, Editora do Brasil, sexta série.

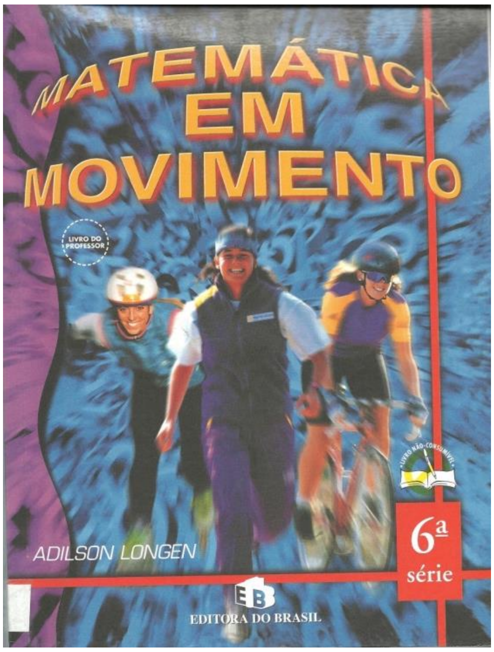



**Figura 2: Capa do livro Matemática em Movimento , Adilson Longen**

Com certeza, dentre os livros analisados, este foi o livro que demonstrou a maior preocupação em seguir rigorosamente os parâmetros dos PCNs.

No início do livro temos uma explicação e histórico dos parâmetros curriculares, bem como a descrição de vários trechos que são pertinentes aos assuntos tratados no livro.

Além disso, o autor acrescenta a explicação de como o livro irá apresentar tais tópicos, deixando claro que teremos várias situações-problema nos exemplos e exercícios de cada assunto, além de valorizar, desde que possível, a exposição da história da Matemática presente em dado tópico.

Com isso, temos a divisão deste livro nos seguintes tópicos, cuja apresentação feita pelo autor  é apresentada logo abaixo, nas suas próprias palavras:

- A História da Matemática;

A apresentação de algumas situações-problema vinculadas à realidade do aluno;

Aplicações propostas articuladas ao conteúdo desenvolvido em cada capítulo e em diferentes graduações de dificuldade. São elas:

-Aplicando os Conhecimentos:

*Nível elementar no qual o aluno irá aplicar alguns conhecimentos que servirão como base para o enfrentamento de situações em nível mais aprofundado;*

- Matemática em Movimento:

*Nível que possibilita ao aluno desenvolver, a partir dos conteúdos trabalhados, um grau de compreensão que permita o preparo para futuras situações na construção de novos conhecimentos;*

- Respondendo Questões:

*Aqui o aluno responde às questões que estão articuladas com o conteúdo de cada capítulo e também com as questões anteriores.*

- Pesquisando Significados:

*Espaço reservado para que a pesquisa daquilo que for ligado direta ou indiretamente à Matemática, bem como coletar opiniões dos alunos, com base em suas vivências.*

- Descobrindo Números:

*É nesta seção em que serão feitas estimativas nas mais diversas situações diárias, com a determinação de certos valores numéricos que nos cercam.*

Este livro possui uma abordagem bem diferente do livro do Ênio, discutido anteriormente.

E, aproveitando a divisão em tópicos apresentada acima, percebe-se que, na prática, tais divisões foram muito bem exploradas, numa proposta realmente preocupada com um ensino menos “engessado” da matéria.

Num estudo dos problemas deste livro, temos que começar analisando o capítulo de "Equações do primeiro grau". Ele possui um primeiro tópico de "Introdução à Álgebra", onde são dados vários exemplos a respeito da utilização de símbolos para representar quantidades ou termos desconhecidos.

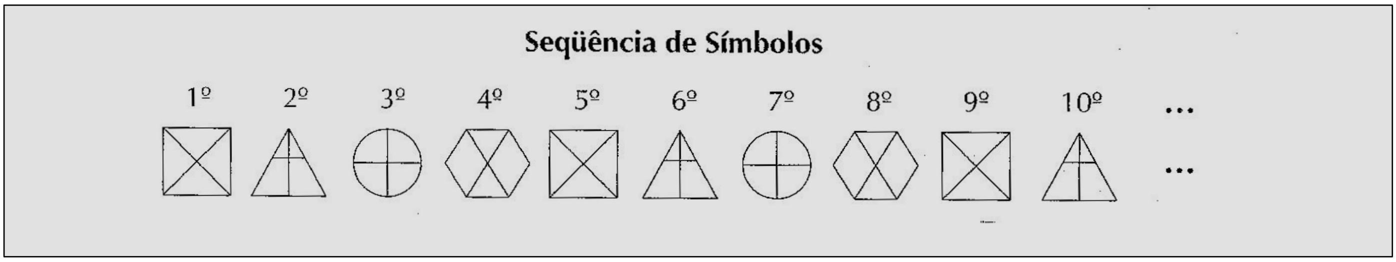
Na verdade, dentro do capítulo de equações do primeiro grau temos este tópico de Álgebra, seguido de um outro a respeito de equações, para só então desembocarmos nas equações do primeiro grau.

Pensamos que seria melhor que existisse um capítulo anterior a respeito somente de equações e um outro a respeito apenas de equações do primeiro grau, pois da forma como tais assuntos são apresentados pode ficar a impressão de que as equações do primeiro grau serão as únicas verdadeiramente estudadas pelo aluno em sua vida escolar.

Voltemos ao item que faz a introdução da Álgebra. Em relação aos demais livros analisados, a forma como a ideia de variável é apresentada é bem diferente daquelas encontradas em outros livros.

A ideia é boa, mas não é bem executada, pois os exemplos são de difícil compreensão para um aluno de nível de conhecimento padrão. Várias sequências são adotadas para que o aluno tente se familiarizar com a utilização de uma letra para generalizar o resultado obtido em tais exemplos.

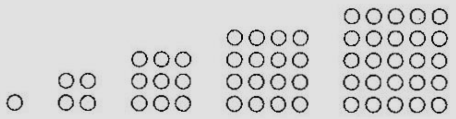
Abaixo temos um dos exemplos apresentados pelo livro:




Ou seja, o livro toma uma sequência como exemplo para que o aluno identifique o padrão presente na mesma, fazendo a proposta de que o mesmo consiga antever qual seria a figura presente numa posição mais à frente.

Vários outros exemplos são dados após o apresentado acima, como este da "sequência de números formados por pontos" :

**Seqüência formada por pontos**



Durante toda a explicação o autor instiga o aluno com perguntas, como na situação acima, em que ele pergunta se é possível estabelecer alguma relação entre a posição da figura e o número de pontos formados pela mesma.

Não estamos aqui criticando a forma como tais exemplos foram utilizados e explicados pelo autor.

Particularmente, não gosto de livros que deixam, ao longo da explicação, alguma coisa no ar, sem a devida explicação, principalmente no trecho em que explica o básico da matéria.

Isso o autor não faz: como se pode ver a seguir, ao mesmo tempo em que indaga ao aluno várias informações a respeito das sequências dadas, ele logo em seguida elucida a pergunta, com a solução daquilo que fora proposto.

Ao observarmos atentamente a seqüência, podemos verificar que:

- na 1ª posição existe **1** ponto
- na 2ª posição existem **4** pontos
- na 3ª posição existem **9** pontos
- na 4ª posição existem **16** pontos
- na 5ª posição existem **25** pontos
- na 6ª posição existirão **36** pontos


Antes de prosseguirmos, vamos procurar esclarecer:


- na 1ª posição existe $1^2$ ponto
- na 2ª posição existem $2^2$ pontos
- na 3ª posição existem $3^2$ pontos
- na 4ª posição existem $4^2$ pontos
- na 5ª posição existem $5^2$ pontos
- na 6ª posição existem $6^2$ pontos

A seqüência foi estabelecida da seguinte forma

número que indica a **posição** ⟶ quantidade de pontos ⟶ **o quadrado** do número que indica a **posição**

Representando a posição pela letra **p** (**p** de posição), podemos estabelecer que

na **p**ª posição existem $\mathbf{p}^2$ pontos.

O que acabamos de obter é uma generalização de como a seqüência foi estabelecida. Essa generalização permite conhecer a quantidade de pontos da seqüência conforme sua posição. Resumindo:

| **Posição** | **Quantidade de Pontos** |
|---|---|
| 1ª | $1^2 = 1$ |
| 2ª | $2^2 = 4$ |
| 3ª | $3^2 = 9$ |
| 4ª | $4^2 = 16$ |
| 5ª | $5^2 = 25$ |
| 6ª | $6^2 = 36$ |


Com isso, tenta-se alcançar o objetivo que é o de apresentar ao aluno a utilização de variáveis para a generalização da solução de um problema como esse.

Mas, voltando à questão acima, o que nos pareceu estranho foi começar o capítulo com estes exemplos quando, na verdade, queremos chegar à explicação do que é e como resolver uma equação do primeiro grau.

Antes de apresentarmos uma outra situação, vamos mostrar uma curiosa maneira de calcular a soma de números naturais consecutivos a partir da unidade. Observe e confira as igualdades numéricas a seguir:

**Uma Curiosidade Numérica**

- $1 = \dfrac{1 + 1^2}{2}$
- $1 + 2 = \dfrac{2 + 2^2}{2}$
- $1 + 2 + 3 = \dfrac{3 + 3^2}{2}$
- $1 + 2 + 3 + 4 = \dfrac{4 + 4^2}{2}$
- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \dfrac{5 + 5^2}{2}$
- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \dfrac{6 + 6^2}{2}$
- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = \dfrac{7 + 7^2}{2}$
- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = \dfrac{8 + 8^2}{2}$

Você saberia obter o valor da soma $1 + 2 + 3 + 4 + ... + 13$?

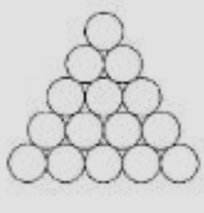
2ª Situação

No quadro abaixo foram construídos círculos para formar uma seqüência. A partir das quatro figuras, estabeleça uma "regra" que associe a quantidade de círculos com a posição ocupada nessa seqüência de figuras.

**Uma seqüência de figuras**

Observando atentamente o quadro, podemos estabelecer como essa seqüência de figuras é formada:

- 1ª posição: existe 1 círculo
- 2ª posição: existem 3 círculos
- 3ª posição: existem 6 círculos
- 4ª posição: existem 10 círculos
- 5ª posição: existirão 15 círculos




A figura acima mostra mais um dos exemplos dados pelo livro.

Na verdade, tais exemplos seriam mais adequados bem mais adiante, quando o aluno começasse a ter contato com progressões, no ensino médio.

Se formos dar uma olhada em livros de ensino médio, como o “Fundamentos de Matemática Elementar”, dentre outros, percebemos que o início dos capítulos de sequências são similares a este aqui, o que reforça a ideia de que isso pode ter sido uma maneira encontrada pelo autor para melhor tentar contextualizar o assunto dado.

Outro problema do exemplo acima é considerar que a simples verificação de que uma dada propriedade se aplica a alguns casos pode ser usada para dar origem a uma fórmula geral. Isso é uma total violação de princípios básicos de demonstração de fórmulas, como o “Princípio da Indução Finita”.

Talvez uma solução para melhorar este início seja que o número de exemplos utilizando sequências fosse menor, pois é isto que faz com que nos percamos em relação ao real objetivo deste capítulo. Além disso, teríamos que ter algum comentário a respeito de como melhor obter uma fórmula a partir de exemplos que deram certo, sem que partíssemos diretamente do exemplo para a expressão.

Em seguida, após uma sequência de exercícios inerente à já citada explicação, fala-se sobre sentenças matemáticas que são representadas por meio de uma igualdade.

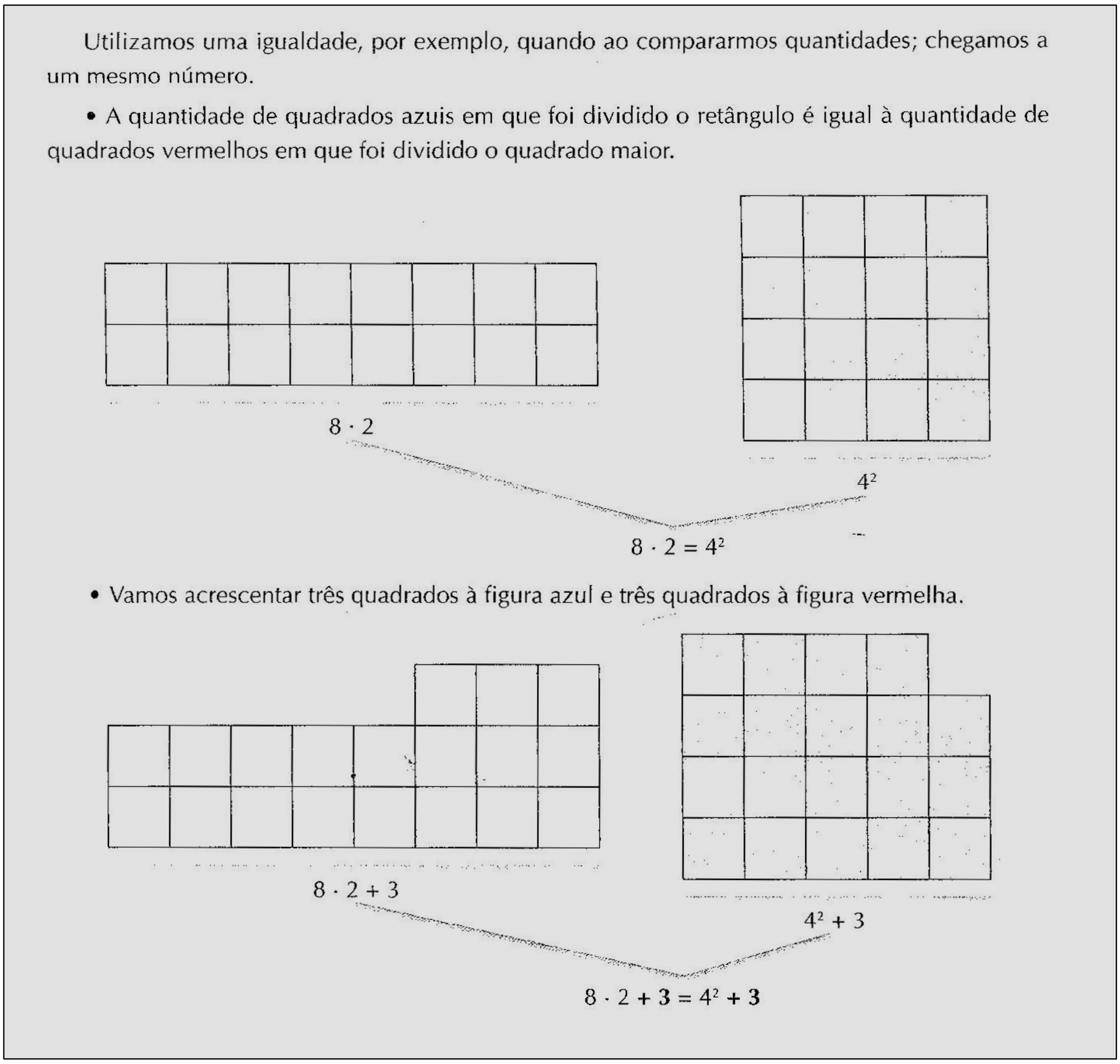
Neste momento, temos um grande ponto positivo da explicação dada pelo livro, que é a utilização do exemplo da balança para melhor ilustrar os exemplos dados. Este exemplo é ótimo para ser utilizado em sala de aula e será melhor detalhado na análise do livro seguinte.Com isso, temos vários exemplos e exercícios referentes a esta explicação, para finalmente desembocarmos na parte intitulada “ equações do primeiro grau com uma incógnita”.

Somente neste momento é que a definição de equação do primeiro grau é formalmente apresentada, o que foi feito de forma mais apressada no livro do Ênio.

Uma crítica que havia sido feita ao primeiro livro era o fato dele formalizar demais a explicação de equação do primeiro grau. Neste livro, o autor teve a ideia de dar vários exemplos úteis antes de formalizar o assunto.

Percebemos que esta obra tem o objetivo de ser bem mais detalhista em relação às explicações dadas na teoria, principalmente nos exemplos, revelando um cuidado do autor com aqueles que têm muita dificuldade em Matemática.

Por exemplo: além do exemplo da balança, no momento em que a noção de igualdade é apresentada o autor utiliza também um artifício geométrico para explicar tal assunto, explicação esta que pode ser vista na figura abaixo:


Utilizamos uma igualdade, por exemplo, quando ao compararmos quantidades; chegamos a um mesmo número.

- A quantidade de quadrados azuis em que foi dividido o retângulo é igual à quantidade de quadrados vermelhos em que foi dividido o quadrado maior.



$8 \cdot 2 = 4^2$

- Vamos acrescentar três quadrados à figura azul e três quadrados à figura vermelha.



$8 \cdot 2 + \mathbf{3} = 4^2 + \mathbf{3}$

No entanto, o layout do livro não ajuda muito, pois ele é bem confuso. Numa tentativa de ser um livro com um visual um pouco mais moderno, ele acaba resultando numa obra em que a disposição do seu conteúdo acaba soando meio desorganizada. Além disso, num mundo onde convivemos com as chamadas gerações X e Y, será que a apresentação tão lenta dos assuntos consegue prender a atenção dos alunos durante muito tempo?

Mesmo o aluno que não esteja lendo sozinho e sim, acompanhado de um professor, pode acabar desviando a sua atenção para outras coisas fora daquilo que está sendo ensinado, pois ele pode se sentir entediado, considerando morosa a apresentação das definições do livro-didático.

Além disso, ele apresenta as definições de conjunto universo e conjunto verdade ao longo do texto, sem muito destaque. Isso acaba não sendo benéfico ao aluno, pois ele acaba não percebendo que determinadas equações do primeiro grau não têm solução dentro do conjunto universo que foi adotado.

O que percebemos em sala , com o tempo, é que muitos alunos acham que equação do primeiro grau é um tipo de equação que sempre terá solução. É o tipo de erro que acaba sendo estimulado por este livro, pois ao longo dos exemplos e exercícios não é definido um conjunto-universo, ficando, na maioria das vezes, implícito que o conjunto-universo adotado foi o dos números racionais.

Sendo assim, como experiência da análise deste livro, penso que eu poderia, numa aula prática, até mesmo fazer uso dos exemplos dados por ele, incluindo sequências, mas passando pelos mesmos de uma forma mais rápida, sem dar tantos exemplos e deixando os demais como exercícios de casa ou, até mesmo, como algum trabalho, ressaltando que tal introdução ainda não é o ponto principal em estudo.

### 4.3 Análise do livro “A Conquista da Matemática” ,dos autores Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr., sétima série, Editora Moderna.

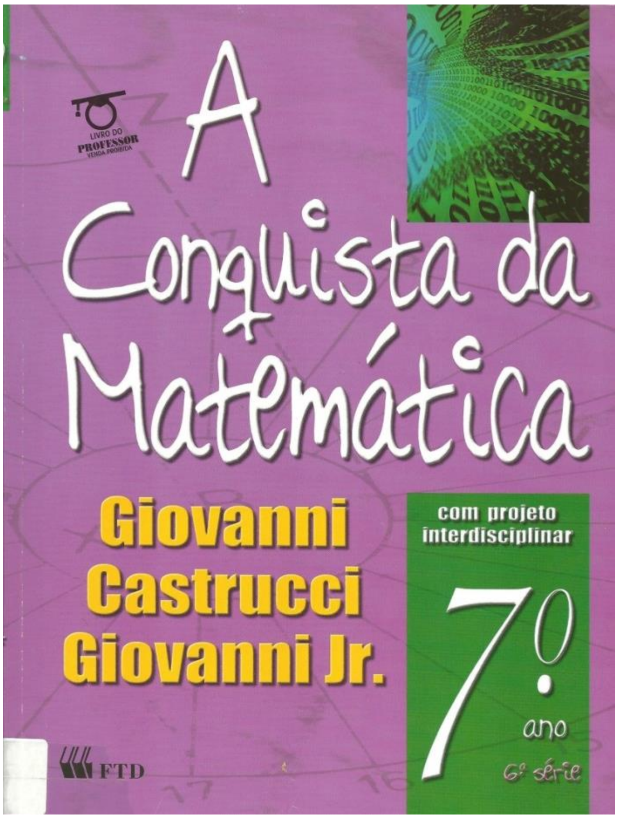



**Figura 3 :Capa do livro “A Conquista da Matemática”, Giovanni Castrucci.**

O nosso terceiro livro avaliado é o livro “A Conquista da Matemática”, dos autores Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr., sétima série, Editora Moderna.

O capítulo dentro do qual o assunto “equação do primeiro grau” se encontra é chamado de “Estudando as Equações” e seus capítulos são os seguintes:

1)Igualdade

Neste parte , é primeiramente introduzida a ideia de igualdade, com a definição do que é uma sentença matemática, propriedades de igualdade e os princípios de equivalência.

Ao falar sobre os princípios de equivalência, novamente é utilizada a ideia da balança, já anteriormente mencionada.

Depois, são apresentados alguns exercícios, em que é verificado se o aluno consegue identificar quais são o primeiro e segundo membros de uma igualdade, bem como se ele reconhece cada uma das propriedades anteriormente explicadas no texto teórico.

São poucos exercícios, bem diretos e claros, indicando que o autor teve a perfeita noção de que tal parte é importante, mas não é o foco principal deste capítulo.

2)Equações

Em seguida, temos a definição de equações, que não é dada de forma imediata. Os autores dão exemplos para fazer com que o aluno consiga inferir o que é uma equação e só então é que a definição formal é apresentada pelo livro:

"Toda sentença matemática expressa por uma igualdade, na qual haja uma ou mais letras que representem números desconhecidos dessa sentença, é denominada equação. Cada letra que representa um número desconhecido chama-se incógnita."

3) Conjunto Universo e Conjunto Solução de uma Equação

Neste trecho temos a definição de conjunto universo e conjunto solução, com exemplos diretos e concisos, sem se alongar muito , sendo bem direto nos exemplos utilizados.

4) Equações Equivalentes

Este tópico existe com o objetivo de dar a definição das equações equivalentes, mas também para explicar as propriedades aditivas e multiplicativas, novamente com a ideia da balança.

Nota-se que a abordagem deste livro é bem direta, sem se tornar uma apostila, mas também sem se alongar em exemplos que podem mais atrapalhar do que ajudar o aluno.

Além disso, percebe-se que alguns conceitos são introduzidos ao longo de algum exemplo dado na teoria, sem que seja reservado um tópico apenas para aquilo.

Considero esta como sendo a melhor alternativa, pois o texto torna-se mais dinâmico, sem deixar de explicar o que é importante, consistindo numa explicação mais longa naquilo que o autor julgar necessário e numa outra mais direta naquilo em que viu a necessidade de apenas um exemplo para definir.

Podemos perceber isso quando ele fala de “princípio aditivo” e “princípio multiplicativo” em equações, como podemos ver pela figura abaixo, que consiste numa das páginas do livro:

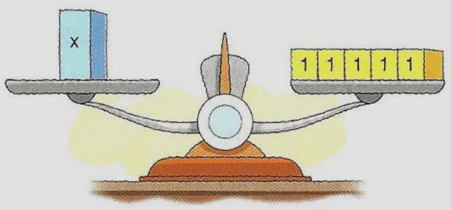
Veja o que fizemos:

$x + 3 = 8$ → equação dada, para a qual $S = \{5\}$

$x + 3 + 1 = 8 + 1$ → somamos 1 aos dois membros da equação

$x + 4 = 9$ → equação equivalente à equação dada, pois $S = \{5\}$

- Se retirarmos 3 unidades de cada prato da balança, teremos:




$x = 5 \rightarrow S = \{5\}$

Veja o que fizemos:

$x + 3 = 8$ → equação dada, para a qual $S = \{5\}$

$x + 3 + (-3) = 8 + (-3)$ → adicionamos $(-3)$ aos dois membros da equação

$x + \cancel{3} - \cancel{3} = 8 - 3$ → anulamos números opostos que estão no mesmo membro

$x = 5$ → equação elementar equivalente à equação dada, pois $S = \{5\}$

As equações $x + 3 = 8$ e $x = 5$ são equivalentes, pois ambas apresentam a mesma solução (o número 5).

A forma mais simples de escrever a equação $x + 3 = 8$ é $x = 5$.

Observe que, para obter a equação $x = 5$, equivalente à equação dada, adicionamos um mesmo número aos dois membros da equação $x + 3 = 8$.

Esse fato caracteriza o **princípio aditivo** das equações.

Ou seja, em vez de separar um tópico provavelmente intitulado como “princípio aditivo...definição de princípio aditivo....etc”,o autor abandona tal enfadonha abordagem e se mostra “mais direto” ao ponto, sem abandonar o formalismo matemático, pelo menos no que é exigido a este segmento.

No entanto, até este ponto o livro ainda não definiu nem falou de equações do primeiro grau, tomando uma abordagem genérica.

É o próximo tópico quem define isso.

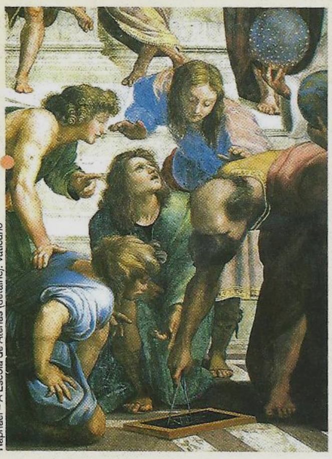
Ao entrar de fato no assunto “equações do primeiro grau”, o autor primeiramente faz um breve histórico a respeito do uso de equações, citando também exemplos de como as mesmas são utilizadas nos dias de hoje.

Isso é algo notável no livro, ou seja, o fato de que a contextualização histórica é sempre muito bem feita, assim como os exemplos que explicam o motivo pelo qual tal conteúdo é usado em nosso dia-a-dia.

No entanto, um erro notado por Gabriella Marques ,que também analisou este livro, foi considerado também por mim como um erro notável, cuja comentário feito por ela é reproduzido a seguir: *"A definição de equação do primeiro grau com uma incógnita é dada por "toda equação que, reduzida à sua forma mais simples, assume a forma* $ax = b$, *em que* $x$ *representa a incógnita, e* $a$ *e* $b$ *são números racionais, com* $a \neq 0$*", mas na seção anterior, o aluno encontra exemplos onde o autor fala que a forma mais simples de uma equação é sempre* $x = k$, *onde* $x$ *é a incógnita e* $k$ *é um número racional. Essa definição dada pelo autor entra em conflito com os dois exemplos da página 143, pois os casos* $0x = 4$ *e* $0x = 0$ *foram classificados como "equações impossíveis" e "equações identidades", mas segundo a sua definição não deveriam ser equações".*

### Os gregos resolviam equações usando a Geometria

Na obra *Os elementos*, de Euclides, encontramos soluções geométricas de equações do 2º grau. Mas esse estudo veremos no quarto volume desta coleção.



Raphael – A Escola de Atenas (detalhe). Vaticano

Euclides, em detalhe do afresco *A Escola de Atenas*, pintado por Rafael.


### O avanço árabe

Foram os árabes que, cultivando a Matemática dos gregos, promoveram um acentuado progresso na resolução de equações. No trabalho dos árabes, destaca-se o de al-Khowarizmi (século IX), que resolveu e discutiu equações de vários tipos.

### As equações nos dias de hoje

Atualmente as equações são usadas, entre outras coisas, para determinar o lucro de uma firma, para calcular a taxa de uma aplicação financeira, para fazer a previsão do tempo etc.

João Wainer/Folha Imagem

Operadores durante pregão na Bolsa de Mercadorias.

Figura 4 :Um pouco de história da matemática.

É claro que algum aluno pode virar para o seu professor e perguntar como é que tais equações são utilizadas nos exemplos dados acima, como a previsão do tempo, a Bolsa de Mercadorias, etc.

O professor, sendo assim, deve estar preparado para responder a tais questionamentos da forma o mais acessível possível, mas penso que no presente momento ele só deva entrar em detalhes caso algum aluno faça a pergunta, pois isso pode acabar mais atrapalhando do que ajudando a turma, caso ele não saiba até a que nível de aprofundamento ele pode ir.

# 5. Aula sobre equações utilizando situações do cotidiano

Neste tópico iremos fazer a descrição de uma aula, com os seguintes objetivos:

- ilustrar a utilização de um livro dentro dos moldes esperados por nós;

- mostrar como deve ser uma aula mais atraente para ao aluno, à medida que exemplos do cotidiano sejam apresentados, tornando o assunto menos enfadonho e melhor inserido na realidade do aluno;

- utilizar tal capítulo para mostrar a dificuldade de trabalharmos diversos assuntos com determinados livros que foram por nós julgados, no capítulo anterior, como inadequados ou com falhas notáveis;

Vejamos agora formas de aplicar o conhecimento de equação do primeiro-grau, dando origem a uma aula em que possamos ensinar tal conteúdo sem que o mesmo pareça enfadonho ou sem nenhuma aplicação no nosso dia-a-dia, o que não é verdade.

A melhor maneira de introduzir tais exemplos numa aula seria logo após a apresentação da teoria, de forma breve, sem ainda sobrecarregar o aluno com aquelas classificações quanto ao conjunto–solução e demais detalhes que podem, inclusive, ser melhor introduzidos por meio de situações problema que nos levem à sua definição.

Por exemplo, melhor do que simplesmente falar que o conjunto universo $U = N$ e ,ao encontrar $x = ½$, dizer que o conjunto solução é vazio , é chegarmos a isso por meio de um problema em que x é o número de canetas que determinado aluno vai comprar, deixando bem claro que ele terá então de levar um número de canetas que não pode ser “quebrado”.

Ressalto que até este ponto o aluno já terá sido apresentado a todo o conteúdo de equação do primeiro grau. Com isso, teremos a apresentação formal da teoria, da forma como já foi mostrada na parte introdutória do nosso trabalho, atrelada aos exemplos abaixo, que vão servir para melhor sedimentar o conteúdo na cabeça dos alunos.

Para não ser repetitivo, é justamente a esta última parte que daremos atenção, ou seja, não irei descrever toda a aula, e sim, as partes que julguei mais importantes e que diferenciam aquela de uma aula que eu daria antes de ter feito este TCC.

Um bom exercício a ser proposto seria o seguinte:

“*Você sabia que o telefone celular é um dos meios de comunicação que mais se populariza e que, em 2001, já tínhamos mais de 212 milhões no Brasil? Ou seja, há mais celulares no Brasil do que brasileiros?*

*No momento da escolha de um celular, temos várias ofertas e vários planos à disposição, o que torna a escolha ainda mais difícil. A tabela abaixo ilustra um exemplo de vários planos possíveis de serem escolhidos.*

| *Empresa* | *Quantidade de minutos disponíveis* | *Valor fixo mensal* | *Valor a ser pago para cada minuto que exceder os minutos disponíveis* |
|---|---|---|---|
| *A* | *120 min* | *R$ 96,90* | *R$ 0,59* |
| *B* | *90 min* | *R$ 83,00* | *R$ 0,71* |
| *C* | *110 min* | *R$ 89,90* | *R$ 0,65* |
| *D* | *0* | *0* | *R$ 1,39* |

*Conforme podemos ver, os planos apresentam variações quanto ao preço, à quantidade de minutos disponíveis e o valor a ser pago para cada minuto que exceder os minutos disponíveis pelo plano.*

*Com base na tabela acima, observe o quadrinho a seguir:”*


Vamos começar pelo plano D, pois é o mais simples de ser compreendido, uma vez que não temos ainda um valor fixo mensal.

Após deixar bem claro que estamos cobrando 1,39 por minuto neste plano, perguntaremos aos alunos qual a quantidade de minutos que podem ser utilizados para que tenhamos um gasto de R$ 160 reais por mês.

Para ajudar os alunos a raciocinar, farei uma tabela ,que eles vão me ajudar a preencher, até que chegue o momento da generalização para um valor "t" qualquer de minutos.

| Quantidade de minutos utilizados | Cálculo | Valor pago |
|---|---|---|
| 10 | 1,39 x 10 | R$ 13,90 |
| 50 | 1,39 x 50 | R$ 69,50 |
| 100 | 1,39 x 100 | R$ 139,00 |
| t | 1,39 x t | R$ 160,00 |

Após a construção da tabela, perguntarei aos alunos qual seria a equação que representa o problema.

A maioria deve conseguir entender que devemos ter 1,39 x t = 160

Com isso, o aluno resolveria a equação acima, encontrando: t = 160 / 1,39 = 115,107914.

Pode ser que haja dificuldade em encontrar o resultado da divisão, mas daí basta explicarmos que iremos arrendondar tal valor para 115 min, pois no dia-a-dia as pessoas não tem como controlar um tempo de utilização menor do que 1 min. Ou seja, não faria sentido trabalhar com a parte decimal, e nem poderíamos arredondar para cima, mesmo que tivéssemos obtido 115,9 min, pois tal valor não ainda alcança 116 min, tempo pelo qual ele pagaria um pouco mais de R$ 160,00 reais.

Esta última observação é muito importante, visto que alguns alunos ainda acham que o motivo para tal arredondamento é aquela regra de que se encontrarmos t < 115,5 ele vai ser arredondado como t = 115 min e, se encontrarmos t > 115,5 min ele será arredondado como 116 min.

Deve-se deixar bem claro o que estamos fazendo para que o aluno já se habitue, desde cedo, a pensar e refletir no contexto com que isso está sendo feito, dando-lhe segurança para raciocinar na solução do problema.

Em seguida, mostrarei os cálculos da conta de telefone, só que para o plano B.

Primeiramente, me certificarei de que a turma realmente entendeu como tal plano funciona. Embora no dia-a-dia de pessoas adultas seja bem nítida a idéia do que é a parte fixa e a parte variável de um plano, para crianças isso pode não ser uma coisa tão óbvia.

Com isso, darei tempo para os alunos me responderem o que significam os valores presentes na linha do plano B.

Para ajudar àqueles que tiverem dificuldade e deixar bem claro o funcionamento do plano, construirei novamente uma tabela. Tal construção será feita fazendo perguntas aos alunos que me forem respondendo e me ajudando a preencher a tabela.

O resultado encontra-se logo abaixo:

| Quantidade de minutos utilizados | Cálculo | Valor pago |
|---|---|---|
| 10 | 83 | R$ 83,00 |
| 50 | 83 | R$ 83,00 |
| 100 | 83 + 0,71 x (100 – 90) | R$ 90,10 |
| 120 | 83 + 0,71 x (120 – 90) | R$ 97,20 |
| t | 83 + 0,71 x ( t -90) | R$ 160,00 |

Durante o processo de confecção da tabela,explicarei aos alunos que,caso a quantidade de minutos ultrapasse 90 min, os cálculos serão feitos da seguinte maneira:

83 reais mais o valor da quantidade de minutos utilizados que excederam o plano. Isto é, no caso de

100 min:

100 min – 90 min = 10 min

10 min x 0,71 reais = 7,10 reais

83 reais + 7,10 reais = 90,10

Vamos novamente perguntar à turma qual será o tempo máximo que ser utilizado, caso utilizemos este plano. O aluno deverá resolver a equação:

$83 + 0,71 ( t – 90) = 160$

Cuja resposta será:

$83 – 83 +0,71 ( t – 90) = 160 – 83$

Vamos subtrair 83 de ambos os lados da igualdade.

0,71 ( t – 90) = 77

Vamos dividir ambos os lados da igualdade por 0,71.

t – 90 = 77/ 0,71 =108,450704 ,valor que iremos considerar como 108.

Neste momento, deixaremos que a turma se manifeste quanto à necessidade de arredondarmos tal valor.

Com isso, teremos:

t – 90 = 108

Terminaremos somando 90 a cada lado da igualdade.

t = 198 min.

Feito isso, podemos propor à turma que refaçam o exercício em casa, e que também comparem o plano B com o plano A e o plano B com o plano C. Deixemos a comparação entre os planos C e D, por exemplo, para uma outra aula, para ser feito em sala.

Percebe-se que neste problema estaremos partindo de um exemplo numérico para depois chegar a uma generalização que irá desembocar na equação do primeiro grau a ser utilizada. Isso é algo que deve ser bem trabalhado e um tópico importante, com o qual o aluno terá contato até o terceiro ano do ensino médio.

Todos os livros analisados trabalharam isso muito bem mas,como já fora por mim discutido, o livro “Matemática em Movimento” exagerou na atenção dada à montagem de expressões com variáveis, utilizando exemplos que podem vir a assustar o aluno.

Da minha experiência em sala de aula sei que os alunos se atrapalham muito na resolução de equações do primeiro grau ou, até mesmo, na determinação da equação que representa um problema.

Vejo muitas vezes o aluno “passando para o outro lado” da equação de uma forma totalmente aleatória, como por exemplo:

2x = 3

Resultando em :

$x = 3 - 2$

Ou seja, ele não tem a base de operações matemáticas inversas, confundindo o momento em que deve mandar o termo para o outro lado dividindo com o momento em que deve mandar subtraindo.

Há também momentos em que ele mistura os dois conceitos, como este:

$2x = 3$

Resultando em :

$x = 3/ -2$

Logo, o aluno também mistura os dois conceitos, adotando a divisão como operação inversa da multiplicação, o que está correto, mas trocando o sinal mesmo assim, o que deixa bem claro que ele se confundiu, já que tal troca de sinal é feita apenas quando mudamos de soma para subtração.

Ao longo da resolução do problema anterior eu fiz questão de deixar bem claro aos alunos a diferença entre tais operações, caso contrário eles podem acabar sabendo montar uma equação mas se equivocarem no momento de resolverem as mesmas.

Dependendo do número de tempos de aula em que tal assunto pode ser ministrado, vários outros exemplos muito bons podem ser dados aos alunos.

Tive a oportunidade de trabalhar com os alunos um exemplo que sinceramente não conhecia, mas que achei muito interessante ao analisar os livros didáticos e, desde então, sempre procuro utilizá-lo em sala de aula.

Estou me referindo a uma situação-problema que utiliza uma balança para representar equações do primeiro grau. Como assim?

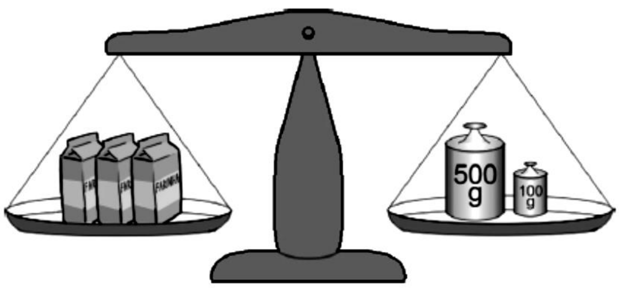
Nossa próxima aula (ou próximo exemplo),seria introduzido da seguinte maneira:

“Pessoal, hoje vou mostrar a vocês uma forma bem prática de entender melhor o conteúdo de equações, que é um exemplo bem conhecido em livros, onde iremos utilizar uma balança para representar a noção de igualdade.

Para resolver uma equação, como as mostradas na aula anterior, precisamos recorrer ao princípio da igualdade.

Para compreender melhor esse princípio, vamos utilizar como ponto de partida a idéia existente no equilíbrio da balança de pratos.

Caso vocês não saibam como funciona tal balança, observem a figura abaixo.

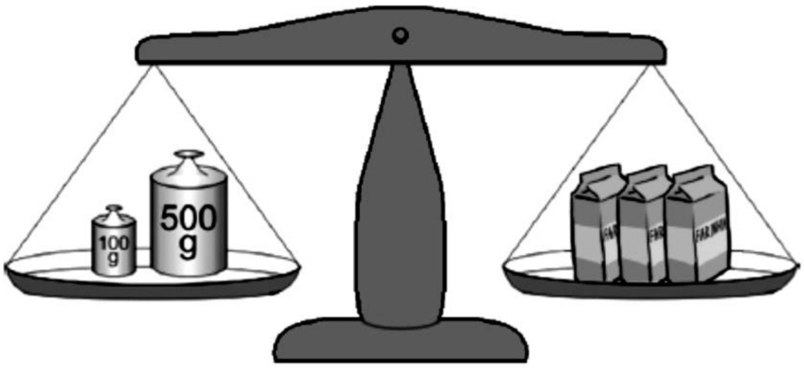



Quando a balança está equilibrada, temos que o peso(na verdade, a massa) em ambos os lados é o mesmo. Isto significa que os três sacos juntos pesam 600 g.

Existem várias situações em que podemos fazer alterações sem que o equilíbrio seja alterado.

Por exemplo, se eu trocar os objetos de lado, vocês acham que a balança continua equilibrada? No que eu recebo a resposta afirmativa, passo para o próximo exemplo.

**1ª situação**: se os elementos forem trocados de pratos.

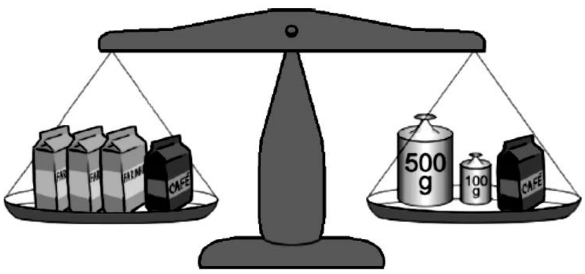



Agora, viro para a turma e pergunto:

- Pessoal, e seu colocar objetos de mesmo peso em cada lado da balança? Ela continua em equilíbrio?

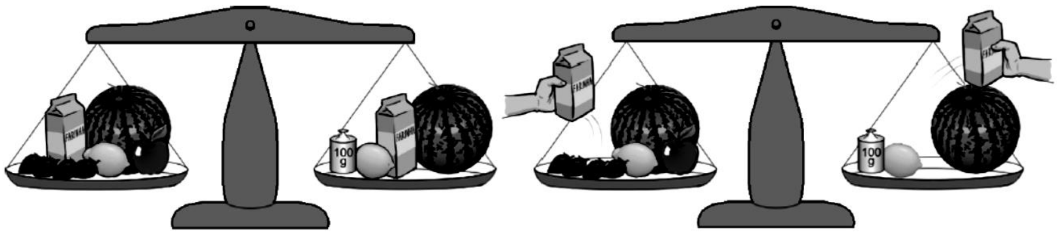
E assim vou dando continuidade aos exemplos, que vão se tornando cada vez mais complexos.

**2ª situação**: se acrescentarmos outros elementos de mesma massa a cada um dos pratos.

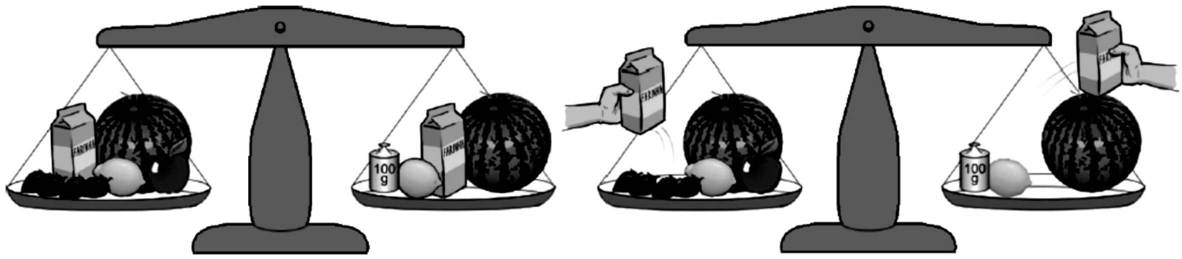



Por exemplo, posso perguntar também o que acontece se retirarmos objetos de mesmo peso em cada lado.

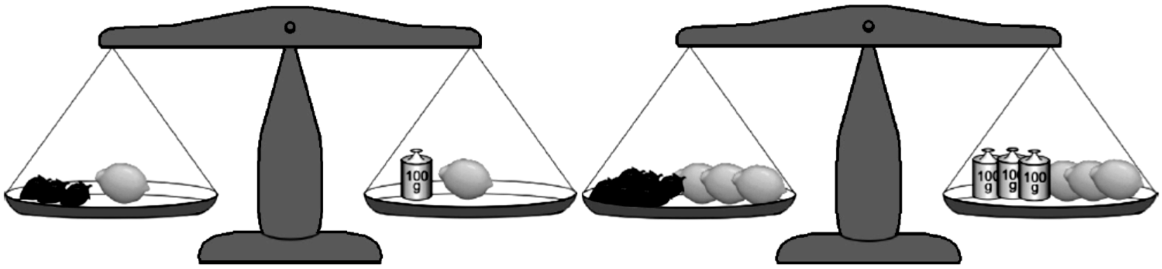
Em todos estes exemplos, a turma acabou concluindo que a balança continua equilibrada, reforçando a noção de igualdade.



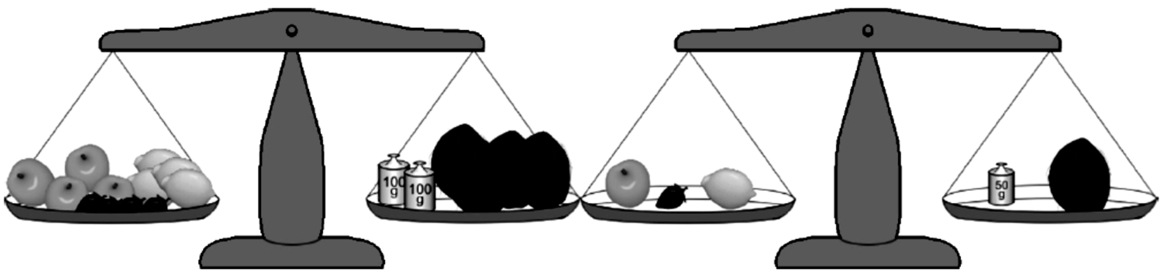
Os próximos exemplos ficaram como tarefa domiciliar :



**4ª situação**: se multiplicarmos os elementos existentes em cada um dos pratos pelo mesmo valor.



**5ª situação**: se dividirmos os elementos existentes em cada um dos pratos pelo mesmo valor.



Na aula seguinte, os trabalhos foram recolhidos, sendo que a minha meta era de que eles sozinhos conseguissem perceber que o equilíbrio e, consequentemente, a igualdade, era conservada.

Com isso, os alunos perceberam que a ideia de equilíbrio da balança pode ser usada em qualquer equação, substituindo a ideia de equilíbrio pela ideia de igualdade.

Assim, as operações a serem realizadas na resolução de uma equação do primeiro grau tornam-se muito mais intuitivas e menos decorebas, facilitando o aprendizado.

Embora as situações com o uso de balanças mostradas acima só sejam possíveis de serem feitas quando tratamos de números positivos, uma vez que não existem medidas de massa negativas, a ideia de equilíbrio pode ser aproveitada em qualquer equação: basta que para isso façamos a substituição da ideia de equilíbrio pela ideia de igualdade. Com isso, as situações e exemplos passam a compor o que chamamos de princípio de igualdade nas equações.

Vejamos agora como poderíamos trazer as propriedades de igualdade da balança para uma equação qualquer. Este é o momento em que iremos nos valer do amadurecimento dos alunos graças aos exemplos anteriores para que nos distanciemos um pouco de situações que podem ser 100 % associadas à ideia da balança, mas que ainda preservam as características dos exemplos dados anteriormente. Por exemplo, vamos ver como fazer para, em sala, aproveitar a explicação anterior para resolver a equação abaixo:

$$5x + 230 = 2x - 130$$

A primeira coisa que deve ficar clara aos alunos é que, independentemente da situação, um lado da equação precisa ficar igual ao outro.

1. Como queremos calcular o valor de “x”, devemos isolá-lo em um dos lados da igualdade. Vamos então subtrair “2x” de ambos os lados para que a igualdade não seja alterada.

a) $5x + 230 – 2x = 2x – 130 – 2x$

b) Obtemos a equação equivalente: $\mathbf{3x + 230 = - 130}$

Para eliminar 230 em ambos os lados da equação, iremos subtrair 230 de ambos os lados, o que não é contra o que ensinamos até agora aos alunos, pois fazer isso é o mesmo que somar “-230” a ambos os lados.

c) Temos 3x + 230 – 230 = -130 – 230

d) Obtemos: **3x = - 360**

2. Vamos agora encontrar o valor de “x”:

Dividindo ambos os membros da igualdade por 3, teremos:

a) 3x / 3 = -360/3

b) x = -120

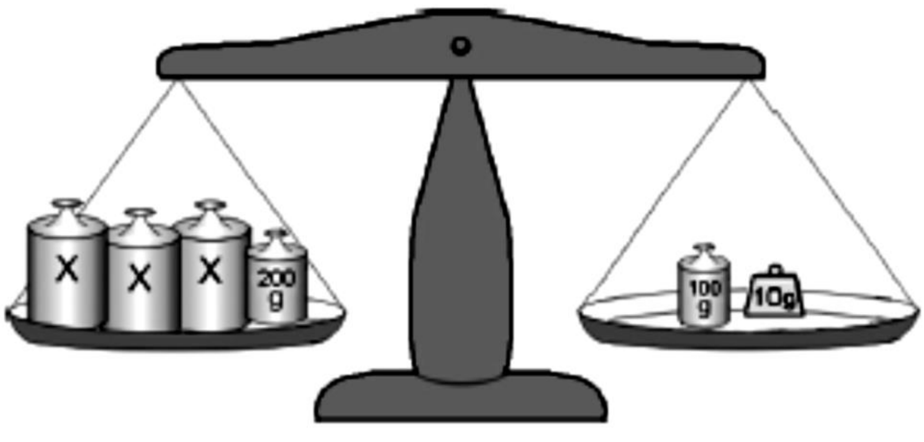
Com isso, finalmente chegamos à solução da equação acima.

No entanto, como vamos fazer um problema de balança corresponder à igualdade acima, se o valor da massa não pode ser negativo?

Devemos fazer com que os alunos entendam que o exemplo da balança não se aplica a qualquer situação, como quando por exemplo os valores são negativos.

Vejamos que, na equação abaixo,

3x + 200 g = 110 g.




Ao retirarmos 200 gramas de ambos os lados da balança ficaríamos com:

3x + 200 g – 200 g = 110 g – 200 g

3x = -90 g

$x = -30$ g.

Com isso, conseguiríamos resolver a equação, mas novamente temos de deixar bem claro aos alunos que tal situação não possui relação com a realidade, pois não existem pesos de valor negativo.

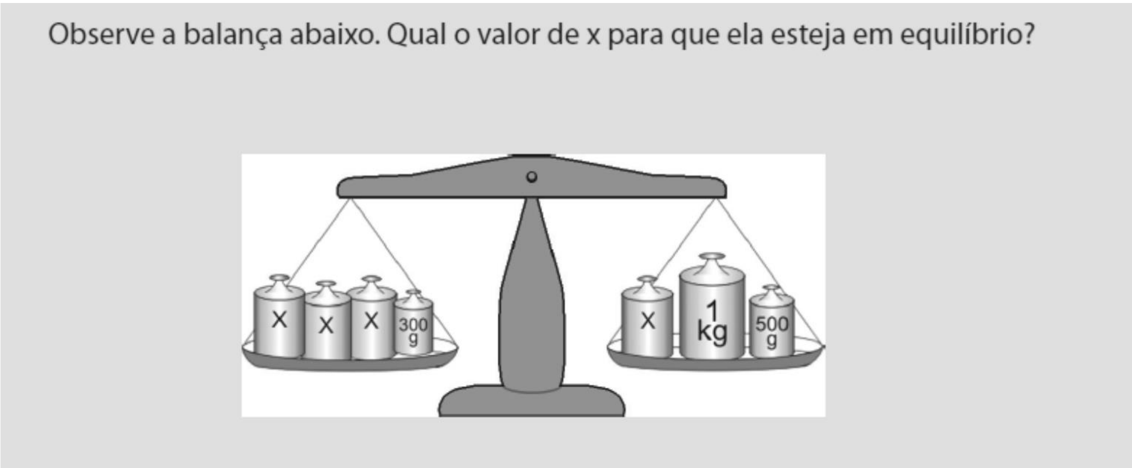
Além disso, ainda existem aquelas equações cuja solução não pertence ao conjunto dos inteiros. Por exemplo:

$2x - 10 = 5$, cuja solução é $x = 15/2$.

Neste ponto, em que os alunos já teriam definitivamente tido tempo de amadurecer os conceitos anteriores, poderíamos trabalhar exemplos como esse, em que as soluções se encontram dentro do conjunto dos números racionais.

Neste momento, a partir de todas as observações que foram feitas, podemos propor mais um problema, como o abaixo:

“




Após dar um tempo para que os alunos pensem, reflitam e trabalhem em grupo, podemos dar dicas que façam com que eles cheguem à igualdade desejada e resolvam a mesma. Ou seja, temos aqui duas etapas que esperamos que eles consigam cumprir:

- Obter a igualdade a ser resolvida, que é uma equação do primeiro grau;

- Resolver tal igualdade;

Podemos dar dicas e fazer perguntas para que os alunos gradualmente saibam montar a igualdade, como primeiramente perguntar como fica o lado esquerdo em termos de sentença matemática:

"Pessoal, como é que ficará representada a parte do lado esquerdo da balança?"

Daí eles teriam de responder:

"3x + 300 g !"

"E o lado direito?"

"x + 1000 g + 500 g"

Na verdade uma pequena confusão é esperada, pelo fato de um dos pesos ser de 1 kg e o outro ser de 500 g. Com isso, respostas como x + 501 são esperadas, mas isso é apenas uma pequena distração da parte deles, nada que não possa ser contornado com um alerta do professor ou que impeça o bom andamento do raciocínio da aula.

Com isso, teremos de resolver:

$3x + 300 = x + 1500$

Subtraindo 300 de ambos os lados, temos:

$3x + 300 - 300 = x + 1500 - 300$

$3x = x + 1200$

Subtraindo x em ambos os lados, temos:

$3x - x = x + 1200 - x$

$2x = 1200$

Dividindo ambos os lados por 2:

$x = 600$

Existe um aplicativo na web que é excelente para a visualização do que foi dito neste exemplo da balança.

No site: “ http://nlvm.usu.edu” temos várias ferramentas gráficas de representação de matérias importantes da Matemática.

Ao acessar tal site, devemos clicar no quadro destacado:


**Figura 5 :Site “National Library of Virtual Manipulatives”.**

.Em seguida, devemos selecionar o link “algebra balance scales”, que é o segundo da lista do tópico de Álgebra.

**Towers of Hanoi** – Solve the tower problem and test your theory by varying the number of disks.

**Triominoes** – Manipulate the puzzle pieces and find multiple solutions.

**Algebra (Grades 9 - 12)**

**Algebra Balance Scales** – Solve simple linear equations using a balance beam representation.

**Algebra Balance Scales - Negatives** – Solve simple linear equations using a balance beam representation.

**Algebra Tiles** – Visualize multiplying and factoring algebraic expressions using tiles.

**Base Blocks** – Illustrate addition and subtraction in a variety of bases.

**Block Patterns** – Analyze sequences of figures using pictures, tables, plots, and graphs.

**Coin Problem** – Use deduction to find the counterfeit coin.

**Fifteen Puzzle** – Solve this virtual version of the classical fifteen puzzle by arranging its tiles.

**Function Machine** – Explore the concept of functions by putting values into this machine and observing its output.

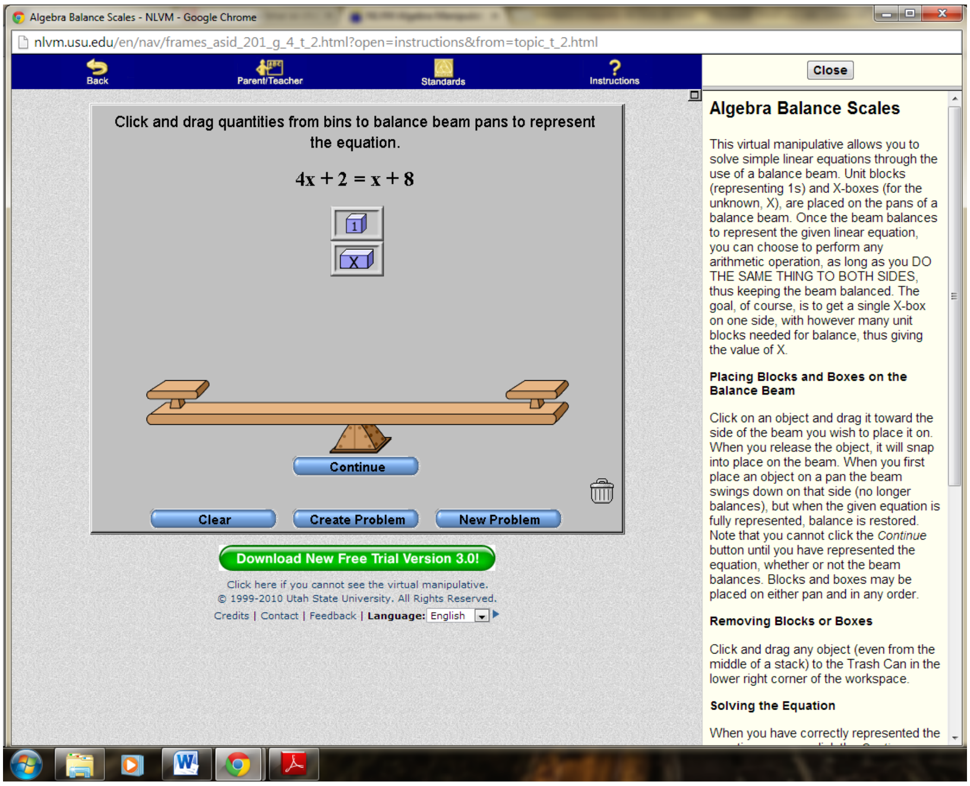
**Function Transformations** – Explore how simple transformations affect the graph of a function.

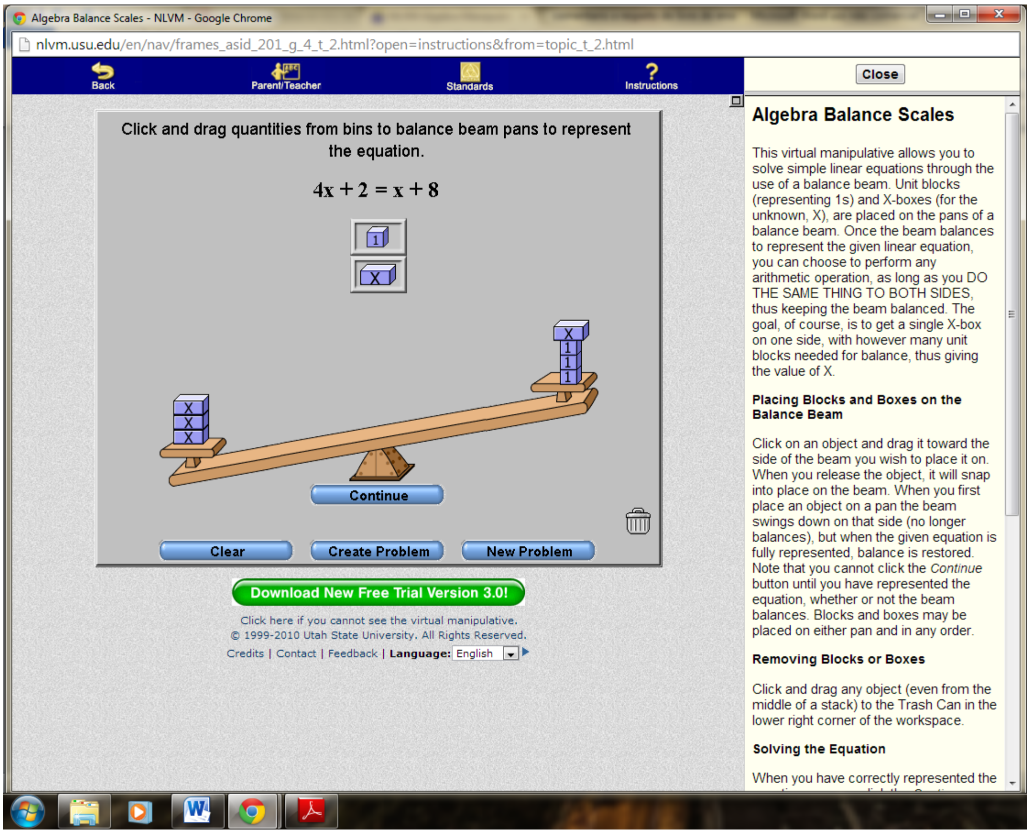
**Grapher** – A tool for graphing and exploring functions.

**Line Plotter** – Practice drawing lines through a given point having a specified slope.

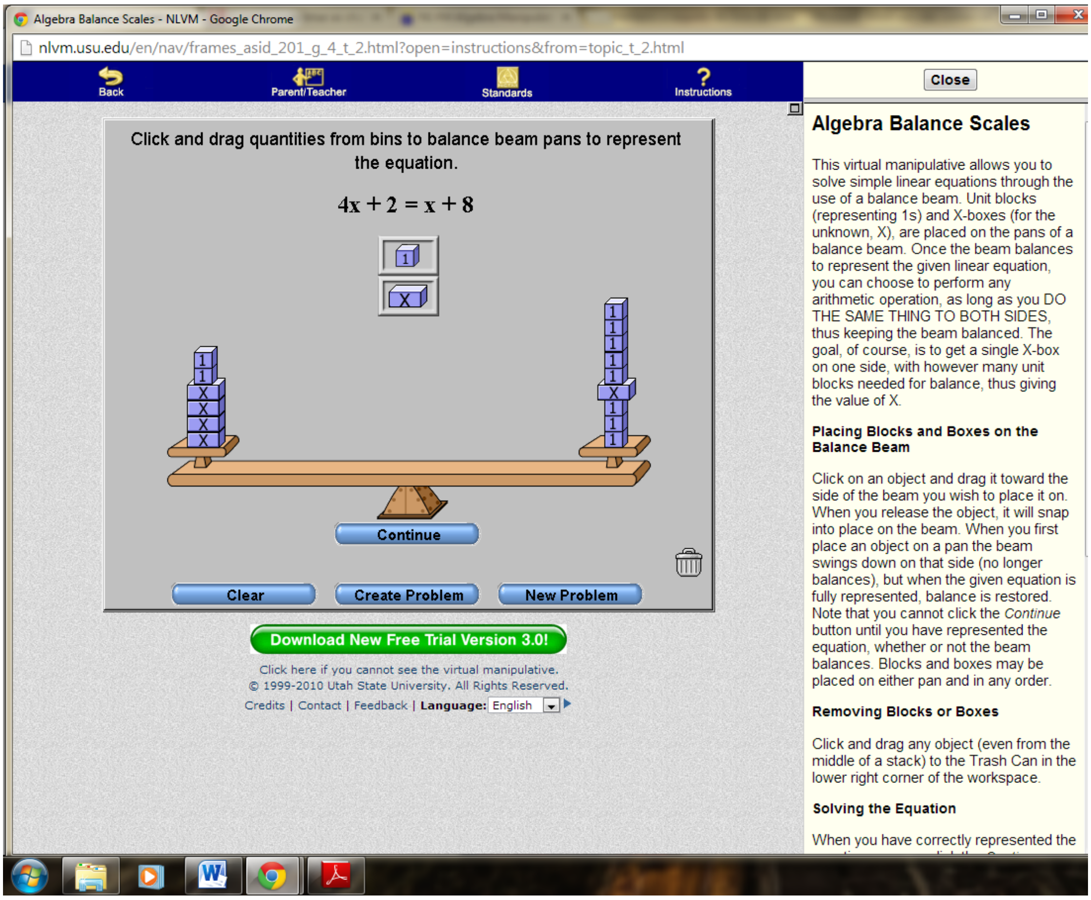
**Pattern Blocks** – Use six common geometric shapes to build patterns and solve problems.

Neste link, podemos ficar à vontade exercitando o problema da balança, colocando vários blocos à esquerda e à direita, a fim de equilibrar a mesma de acordo com a equação do primeiro grau que aparece no topo da tela.

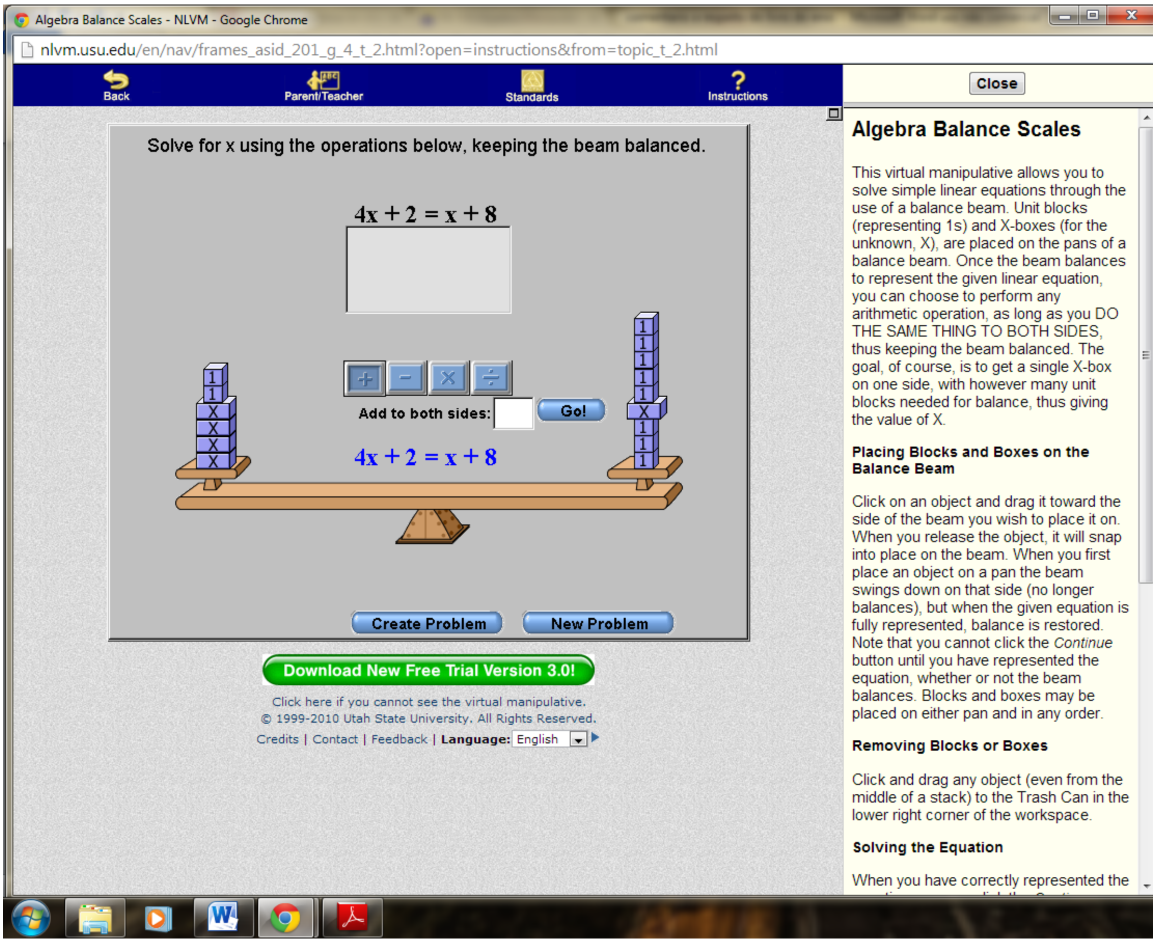



A balança só fica equilibrada quando finalmente representamos a equação que fora pedida.

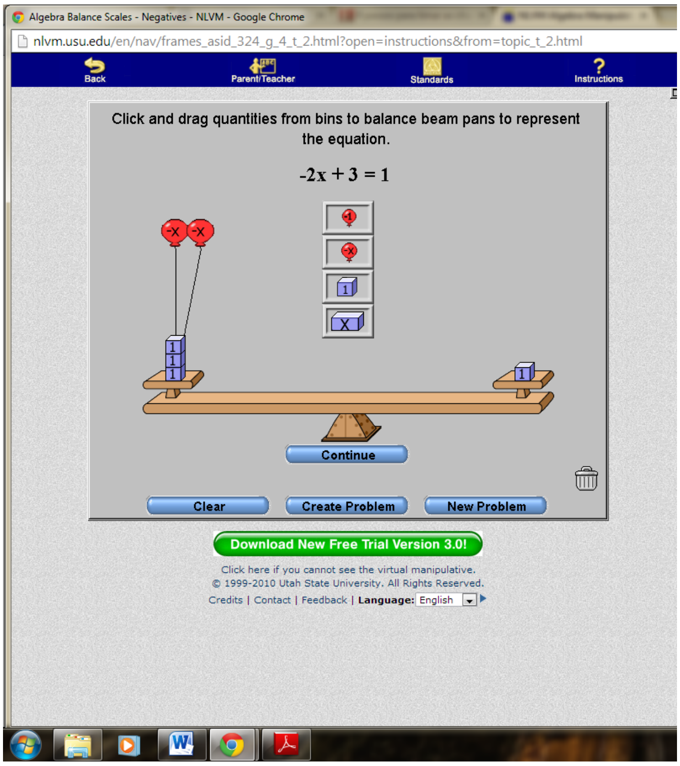



Ao clicar em “continue”, o software nos dá meios de agora resolver a equação que foi criada.




Com isso, podemos ilustrar tudo o que dissemos acima ao longo da resolução de uma equação do primeiro grau, com a adição, subtração ou, até mesmo, a divisão ou multiplicação por um número em ambos os lados da equação.

Além disso, o software dá origem a infinitos problemas, o que significa que ele pode ser utilizado à exaustão para a compreensão da resolução de uma equação do primeiro grau.




No link "álgebra balance scales-negatives", algumas outras equações um pouco mais "complexas" podem ser criadas.

Encerro o meu trabalho com uma análise daquilo que será encontrado mais à frente, no Ensino Médio, que é quando o aluno está às portas de enfrentar o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).

Por tudo o que foi visto, percebemos que não é difícil montarmos uma questão contextualizada envolvendo conceitos simples de equação do primeiro grau.

Vejamos alguns exemplos:

I) ***(ENEM/2010) O Salto Triplo é uma modalidade do atletismo em que o atleta dá um salto em um só pé, uma passada e um salto, nessa ordem, sendo que o salto com impulsão em um só pé será feito de modo que o atleta caia primeiro sobre o mesmo pé que deu a impulsão; na passada ele cairá com o outro pé, do qual o salto é realizado.***

***Disponível em: www.cbat.org.br (adaptado).***

***Um atleta da modalidade Salto Triplo, depois de estudar seus movimentos, percebeu que, do segundo para o primeiro salto, o alcance diminuía em 1,2 m, e, do terceiro para o segundo***

***salto, o alcance diminuía 1,5 m. Querendo atingir a meta de 17,4 m nessa prova e considerando os seus estudos, a distância alcançada no primeiro salto teria de estar entre***

***a) 4,0 m e 5,0 m.***

***b) 5,0 m e 6,0 m.***

***c) 6,0 m e 7,0 m.***

***d) 7,0 m e 8,0 m.***

***e) 8,0 m e 9,0 m.***

***Resolução:***

***Fazendo-se as considerações que:***

***- o alcance do segundo salto é 1,2 m menor que do primeiro salto;***

***- o alcance do terceiro salto é 1,5 m menor que do segundo salto;***

***- a distância alcançada no primeiro salto é x;***

***Logo, para atingir a meta de 17,4 m, tem-se:***

$x + (x - 1{,}2) + (x - 1{,}2 - 1{,}5) = 17{,}4 \Leftrightarrow 3x = 21{,}3 \Leftrightarrow x = 7{,}1$

***Letra: D***

Mas não é somente o Enem que apresenta questões variadas com utilização de equações do primeiro grau. Muitos são os exames vestibulares que estão se adequando às premissas adotadas pelo Enem e, mesmo antes disso, já era possível vermos a fácil contextualização de exercícios onde o citado assunto era usado, em exames de universidades isoladas.

II) ***(UFG – 2010 – 2ª Fase)***

***Uma agência de turismo vende pacotes familiares de passeios turísticos, cobrando para crianças o equivalente a 2/3 do valor para adultos. Uma família de cinco pessoas, sendo três adultos e duas crianças, comprou um pacote turístico e pagou o valor total de R$ 8.125,00. Com base nessas informações, calcule o valor que a agência cobrou de um adulto e de uma criança para realizar esse passeio.***

**Resposta :**

Adulto = x
Criança = 2/3 de x

$$3x + 2 * \frac{2}{3}x = 8125$$

$$3x + \frac{4}{3}x = 8125$$

$$\frac{9x + 4x}{3} = \frac{24375}{3}$$

$$9x + 4x = 24375$$

$$13x = 24375$$

$$x = \frac{24375}{13}$$

$$x = 1875$$

Adulto = R$ 1 875,00

Criança = R$ 1 250,00

$$\frac{2}{3} * 1875 = \frac{3750}{3} = 1250$$

# 6. Conclusão

Vários aspectos foram de vital importância para chegarmos à conclusão final de nosso trabalho, tais como a qualidade da explicação e dos exercícios utilizados nos livros analisados, se a estrutura deles era visualmente poluída ou confusa, se havia erros conceituais, se obedecia aos PCN’s, dentre outros. Além disso, foi muito importante observar a contextualização dos problemas, cada vez mais exigida nos dias de hoje, com o Enem, e ver se tal contextualização realmente se aplicava ao assunto escolhido ou se o mesmo exigia questões mais diretas ou não.

Dos três materiais analisados, para mim o livro do Giovanni foi o melhor. Este livro também foi um dos livros analisados pela Gabriella Marques, mas ela não o considerou o melhor devido a um pequeno erro na definição de equação do primeiro grau, erro esse bem comum por sinal. No entanto, tal livro se adapta melhor ao meu estilo de aula, pois não gosto de ser muito formal em minhas aulas, apenas quando julgo necessário.

Considero o livro do Ênio como um livro tradicional, sendo que eu também o recomendaria para ser utilizado. Na verdade, a decisão entre este livro e o do Giovanni deve ser feita de acordo com o estilo de cada professor ou ao tipo de público com o qual ele vai trabalhar.

Já o livro do Adilson Longen realmente foi considerado o pior dos três, pois os exemplos dados no início do capítulo apresentam um desnecessário alto grau de dificuldade, além de não terem muita relação com o assunto que será devidamente tratado no capítulo, o que vai confundir muito a cabeça dos alunos.Com isso, eu não o recomendaria para ser utilizado, já que temos opções melhores à disposição.

Portanto, temos de ressaltar que a maior parte do material didático analisado possuía seus defeitos e virtudes. De fato, tivemos a oportunidade de analisar vários livros que são recomendados tanto em escolas particulares quanto públicas e daí vale observar que existem livros com versões desenvolvidas e adaptadas para o ensino público, de mesmo nome e autor de sua versão “normal”. Independentemente disso, não existe a supremacia do material utilizado no ensino público ou privado, apenas diferentes direcionamentos que foram analisados e nos ajudaram a melhor compor as nossas aulas.

Para finalizar, esperamos que este trabalho possa ser útil também a outros professores que pretendem mudar o rumo de suas aulas e torná-las mais agradáveis e interessantes para seus alunos.

# 7.Referências bibliográficas

[1] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclo do Ensino Fundamental: introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília. MEC/SEF, 1998.

[2] GIOVANNI JR, J. R.; CASTRUCCI, B. A conquista da Matemática: 7º ano. Edição renovada. São Paulo: FTD, 2009. 336 p.

[3] Guia de livros didáticos: PNLD 2014: matemática. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013. 104 p. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guia-do-livro/guia-pnld-2014> Data de acesso: 27/02/2014

[4] Guia de livros didáticos: PNLD 2011: Matemática. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. 96 p. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guia-do-livro/item/2349-guia-pnld-2011-%E2%80%93-anos-finais-do-ensino-fundamental> Data de acesso: 27/02/2014

[5] Lima, E. L. ed. Exames de Textos: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio. 1ª edição. Rio de Janeiro.

[6] Lima, E. L. Matemática e Ensino. 1ª edição. Rio de Janeiro.

[7] LONGEN, ADILSON. Matemática em Movimento 6 ª série. São Paulo: Editora do Brasil.

[8] National Library of Virtual Manipulatives. Disponível em : <http://nlvm.usu.edu> Data de acesso: 20/11/2013.

[9] Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. . Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

[10] SILVEIRA, ÊNIO, Matemática 6 ª série. Ênio Silveira, Cláudio Marques. São Paulo: Editora Moderna.