UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

GELSON PIETRAS

# UMA ABORDAGEM SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO

PONTA GROSSA

2014

GELSON PIETRAS

# UMA ABORDAGEM SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre em Matemática, no Curso de Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional, Setor de Ciências Exatas e Naturais, da Universidade Estadual de Ponta Grossa.
Profª. Orientadora: Lorena Ramos Correia Cardoso.

PONTA GROSSA

2014

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

PROFMAT

TERMO DE APROVAÇÃO

## GELSON PIETRAS

**"UMA ABORDAGEM SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO"**

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora.

Orientador: Profa. Dra. Lorena Ramos Correia Cardoso
Departamento de Matemática, UEPG/PR

Prof. Dr. Cleber de Medeira
Departamento de Matemática, UFPR/PR

Profa. Dra. Luciane Grossi
Departamento de Matemática, UEPG/PR

**Ponta Grossa, 21 de Março de 2014.**

Av. Carlos Cavalcanti, 4748, Campus Uvaranas – 84030-900, Ponta Grossa – Paraná
Fone: (42) 3220-3050 – E-mail: profmat_uepg@uepg.br

Dedico esse trabalho a minha esposa, meus filhos, minha família e a Deus.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por me dar saúde, sabedoria e oportunidades em minha vida.

À profª. Drª. Lorena Ramos Correia Cardoso, pela grande contribuição neste trabalho.

Ao Colégio SESI de Guarapuava, que possibilitou a execução das atividades.

A minha esposa, que sempre acreditou em meu potencial e me apoiou em todos os momentos.

A meus filhos, que sempre foram fonte de inspiração para a superação dos momentos difíceis.

A meu pai e minha mãe que sempre me ensinaram a ser honesto e acreditar em meu potencial.

Aos meus colegas de viagens: Joelson, Eliane e Luciana, com os quais passei bons momentos que ajudaram a minimizar o efeito dos longos períodos na estrada e com quem pude discutir e aprofundar meus conhecimentos sobre Matemática.

Aos meus colegas de turma e professores do mestrado, com os quais passei momentos agradáveis e de crescimento intelectual.

Aos alunos que participaram das aulas e que deram vida a este trabalho, realizando as atividades e participando das discussões sobre o tema proposto.

A todos que, direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão deste trabalho.

**RESUMO**

Este trabalho é o resultado do projeto “Educação financeira” apresentado e desenvolvido no PROFMAT (UEPG), tendo como *corpus* do trabalho dados e experiências de sala de aula colhidos no Colégio Sesi de Guarapuava entre os anos de 2010 e 2013. A fim de ensinar conteúdos de matemática financeira previstos para o ensino médio, o tema educação financeira foi levado à sala de aula e estes conteúdos foram utilizados para a reflexão sobre os mais diversos assuntos, tais como: (a) necessidade da satisfação de desejos pessoais, (b) escolhas de se deixar de consumir no presente para se consumir mais e melhor no futuro, (c) uso mais racional da poupança, (d) negociação de dívidas e compras, (e) modelos de aplicações de curto e longo prazo, etc. Para discutir esses temas, realizamos estudos em sala de aula e no laboratório de informática, e simulamos situações para exercitar a habilidade dos alunos para tomada de decisões em situações de compra, de venda e de administração do dinheiro. Além disso, abordamos assuntos como compras à vista ou a prazo, compras no cartão de crédito, estratégias de quitação de dívidas, custos de manutenção de um carro próprio; bem como conhecimento sobre os impostos que incidem no salário do trabalhador, os valores de dedução para cada faixa de renda; verificação de situações de financiamento de casa própria e ou de locação de imóveis; e planos para a acumulação de capital. Esperamos com essas ações, gerar uma mudança na forma de pensar dos alunos sobre situações pelas quais terão que passar quando ingressarem em suas vidas profissionais e tiverem que administrar seu próprio dinheiro, de modo a estarem preparados para tomar decisões importantes do ponto de vista financeiro.

Palavras chave: Matemática Financeira, Educação Financeira, Consumismo.

**ABSTRACT**

This work is the result of the Project “Financial Education” presented and developed in PROFMAT (UEPG), having as its corpus dates and experience in classroom collected in Colégio Sesi of Guarapuava between the years 2010 to 2014. Aiming to teach financial mathematics content, according to a requirement in the regular school, this subject was taken to classroom and these topics were used to raise students’ awareness of several subjects, such as: (a) needs to satisfy personal wishes, (b) the choice to save in the present so that the future become more fruitful, (c) rational use of the savings account, (d) dealing with debts and acquisitions, (e) investment models in short and long run, etc. To study these subjects, studies taken place in classroom and in the computer lab to take decisions in buying and selling situations as well as money administration. Besides, we approached studies shopping in cash or in installments, credit card use, strategies to pay off long run debts, the cost of a car maintenance, as well as knowledge about taxes on a worker salary and the taxes percentage for deduction in different incomes, the analyzes of houses rental and mortgage and plans to accumulate capital. The objective of these actions is to generate a change in the way of students to think about forthcoming situations in relation to their entrance in the professional life, when it is necessary to administrate the own money, so that they are prepared to take important decisions on finances.

Key words: Financial mathematics, financial education, consumption.

## LISTA DE QUADROS

**LISTA DE TABELAS**

**LISTA DE FIGURAS**

**SUMÁRIO**

# INTRODUÇÃO

O que se observa na população brasileira é que um grande o número de pessoas possuem dificuldades em administrar seu dinheiro, de acordo com o Jornal Folha de São Paulo de 18 de maio de 2009, em entrevista com o Matemático José Dutra Vieira Sobrinho. Este problema se estende às diversas classes sociais, não sendo exclusividade das pessoas que não tiveram educação formal. Mesmo profissionais capacitados profissionalmente e com formação acadêmica podem errar diante das decisões a serem tomadas do ponto de vista financeiro.

Essa dificuldade se deve ao fato de que muitas pessoas não se prepararam e conhecem pouco sobre finanças mas, mesmo assim, se deixam levar por suas vontades, gastando mais do que deveriam e contraindo dívidas para satisfazer tais desejos de consumo.

Neste trabalho pretendemos abordar a matemática financeira em nível de ensino médio, buscando algumas aplicações importantes para a vida das pessoas e elaborando um estudo para conscientizar o aluno do ensino médio sobre a necessidade de planejamento financeiro.

De acordo as Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná, na área de Matemática:

> É importante que o aluno do Ensino Médio compreenda a matemática financeira aplicada aos diversos ramos da atividade humana e sua influência nas decisões de ordem pessoal e social. Tal importância relaciona-se o trato com dívidas, com crediários à interpretação de descontos, à compreensão dos reajustes salariais, à escolha de aplicações financeiras, entre outras. (PARANÁ, 2008, p. 61)

Para atender as necessidade apontadas nas Diretrizes Curriculares Estaduais discutiremos alguns conceitos matemáticos que embasam a matemática das finanças e desenvolveremos alguns exercícios importantes, aplicáveis à vida pessoal, a fim de permitir o planejamento para um bom futuro financeiro, incentivando o aluno do ensino médio a educar-se financeiramente para que ele tenha condições de consumir e poupar adequadamente, sem adquirir dívidas desnecessárias, buscando as garantias, conquistas e possibilidades que justificam o bom trato com o dinheiro.

Pesquisas recentes mostram que mais de 45% das famílias brasileiras encontram-se atualmente endividadas, o que indica crescimento de 1,69%, em comparação com os 43,41% do fechamento de 2012, de acordo com o Banco Central. Especialistas afirmam que o principal vilão desse crescimento é o aumento do crédito, pois o fácil acesso a cheque pré-datado, cartão de crédito, carnês de lojas, empréstimo pessoal, financiamentos de carro e de imóveis e seguros são os grandes responsáveis pelo endividamento.

Podemos confirmar o que foi dito acima observando o Relatório de Inflação do Banco central do mês de setembro (2013, p.30), pela tabela:

**Tabela 1 –** Crédito a pessoas físicas (R$ bilhões)

| Discriminação | 2013 | | | | Variação | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Mai | Jun | Jul | Ago | 3 meses | 12 meses |
| Recursos livres | 714,8 | 716,9 | 723,7 | 727,8 | 1,8 | 7,7 |
| Crédito pessoal | 301,3 | 305,0 | 307,8 | 311,5 | 3,4 | 15,1 |
| Do qual: consignado | 206,4 | 209,4 | 212,1 | 214,7 | 4,0 | 17,3 |
| Aquisição de veículos | 193,2 | 193,8 | 193,9 | 194,0 | 0,4 | 1,6 |
| Cartão de crédito | 126,7 | 125,6 | 129,4 | 130,0 | 2,6 | 12,2 |
| Cheque especial | 21,1 | 20,5 | 21,0 | 21,1 | -0,2 | 4,2 |
| Demais | 72,5 | 72,0 | 71,6 | 71,2 | -1,8 | -9,3 |
| Recursos direcionados | 428,1 | 441,8 | 448,7 | 461,6 | 7,8 | 33,3 |
| BNDES | 32,8 | 33,1 | 33,5 | 34,1 | 3,8 | 24,9 |
| Imobiliário | 289,7 | 298,4 | 306,5 | 314,9 | 8,7 | 35,1 |
| Rural | 97,0 | 101,6 | 99,4 | 103,2 | 6,4 | 30,2 |
| Demais | 8,6 | 8,7 | 9,2 | 9,4 | 9,8 | 40,4 |

FONTE: Relatório de Inflação do Banco Central

Outro estudo, mais específico em relação ao endividamento das famílias brasileiras, o Relatório de inflação do Banco Central do mês de março, (2013, p. 39) ressalta:

> [...] persistiu a trajetória crescente do crédito no segmento de pessoas físicas, que atingiu 24,8% do PIB em abril de 2013, ante 17,6% do PIB em dezembro de 2008.
> Nesse período, destacaram-se as elevações nas participações das modalidades crédito consignado, de 15% para 18%, e crédito imobiliário, de 10,2% para 25%, esse beneficiado pelo impacto da estabilidade macroeconômica sobre as decisões de longo prazo das famílias. [...]

O que se observa é que o consumo desenfreado no dia a dia provoca um gasto que somado, no final do mês, resultará num grande montante. Por outro lado, se os mesmos valores fossem guardados ou investidos adequadamente poderiam render boas possibilidades de consumo no futuro, em coisas que de fato seriam fundamentais para conforto e satisfação das necessidades essenciais para as pessoas.

Diante dessa realidade, pretendemos discutir educação financeira com os alunos revisando os conceitos de porcentagens, juros simples, aumentos e descontos, juros compostos, taxas nominais e unificadas, compras parceladas, sistemas de amortização, cálculo de prestações, inflação e cálculo para acumulação de capital.

Em seguida, serão propostos exercícios que possibilitarão uma reflexão sobre possíveis decisões futuras acerca do tema proposto. Serão exploradas situações envolvendo compras e vendas, porcentagens e juros compostos, funcionamento dos sistema de imposto de renda brasileiro, evolução da análise econômica do gasto médio de um automóvel popular, durante 3 anos, bem como simulações de crédito para o financiamento de carros e casas e estudo para acúmulo de riquezas, possibilitando fontes de renda e fortuna durante a velhice das pessoas.

Os resultados aqui apresentados são frutos do trabalho que vem sendo executado em turmas do ensino médio do Colégio Sesi de Guarapuava, nos últimos quatro anos. Essa escola possui uma metodologia diferenciada, que trabalha com Oficinas de Aprendizagem, com duração de um bimestre, nas quais são propostos desafios que deve ser respondidos ao final da oficina. Neste intuito, todas as disciplinas trabalham seus conteúdos de modo a ajudar na resposta desse desafio.

A Oficina de Aprendizagem em questão foi denominada de “O preço do futuro”, na qual foi proposto o seguinte desafio a ser respondido: “*Nos jovens, é latente o desejo pelo agora, pela sensação de pleno bem-estar e poder. Simplificando, a busca pela realização imediata frustra a necessidade de pensar no dia seguinte. Que consequências esse exagero pode trazer para o futuro?”*

Para ajudar no cumprimento dessa tarefa, as disciplinas se agrupam por temas. Os temas propostos para esta oficina foram: Qualidade de vida; Planejamento e Educação Financeira.

Especificamente no tema *Educação Financeira* estavam trabalhando juntas as disciplinas de Geografia, História, Matemática e Psicologia, sendo que as disciplinas de História e Geografia tiveram como principal conteúdo a evolução da economia, desenvolvimento dos sistemas socioeconômicos, enumeração de aspectos positivos e negativos da atual configuração da organização financeira, bem como as causas e efeitos da grande crise econômica mundial de 1929, além das periódicas crises que assolam o mundo, comparação entre Socialismo e Capitalismo. Na disciplina de Matemática os conteúdos desenvolvidos foram Matemática Financeira e Educação Financeira. A disciplina de Psicologia trabalhou técnicas de autoconhecimento, controle dos impulsos e controle das habilidades emocionais.

O presente texto foi organizado em capítulos. No primeiro capítulo, tratamos da importância da Educação Financeira no Ensino Médio, uma vez que se trabalha com pessoas que estão próximas a ingressar no mundo do trabalho e que, se ainda não o fazem, precisarão tomar decisões de como utilizar bem e usufruir dos benefícios do dinheiro.

O capítulo seguinte aborda a matemática que deve ser ensinada no Ensino médio, sua fundamentação, bem como algumas discussões para diferenciar determinados conceitos e relacionar outros. São feitas demonstrações que justificam a matemática das finanças, tais como a relação entre porcentagens, números decimais e frações; aumentos e descontos sobre valores; juros simples e compostos, taxas nominais e unificadas; cálculo de prestações constantes e séries de pagamentos, nos quais foram aprofundados os sistemas de amortização e prestações constantes, que são amplamente utilizados no momento; a inflação e a variação dos preços ao longo do tempo; e posteriormente, um estudo sobre a aritmética da acumulação de capitais.

Já o terceiro capítulo, após o estudo teórico de matemática financeira, propõe algumas estratégias que foram trabalhadas com os alunos em sala de aula, tais como a utilização do jogo “Banco Imobiliário”, que tem o objetivo de simular decisões sobre compra, venda e administração do dinheiro; as compras realizadas com cartões de crédito, no qual se analisa a situação do pagamento da fatura mínima e seus malefícios e algumas estratégias para minimizar os efeitos do endividamento das pessoas; os custos do carro próprio, onde verificaremos os valores embutidos na manutenção desse bem.  Exploramos também a Tabela Price que será definida no capítulo da matemática das finanças e o conceito de custo de oportunidade, bastante utilizado em termos econômicos, além de cálculos para antecipação da quitação da dívida. Discutimos os impostos que incidem sobre a renda do assalariado brasileiro, como INSS e Imposto de renda. Estudamos o modelo utilizado para financiamentos de imóveis, bem como suas vantagens e desvantagens. Por fim, elaboramos um estudo sobre valores a serem poupados que deem condições ao jovem usufruir de mais conforto em sua futura aposentadoria.

# 1 A IMPORTÂNCIA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, instituído pelo Ministério da Educação:

> A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. (BRASIL, 1998, p. 40)

No entanto, o que se observa na população brasileira é que muitas pessoas possuem dificuldades em administrar seu dinheiro. Segundo Halfeld (2007, p.7), não é difícil encontrar “médicos, engenheiros e jornalistas” e outros profissionais capacitados profissionalmente e com formação acadêmica que erram diante das decisões a serem tomadas quando o assunto é dinheiro “porque nunca tiveram a oportunidade de conhecer os princípios de administração, de contabilidade ou de matemática financeira”.

Martins, (2004, p.5) expressa:

> Fui vítima desse sistema. Consegui suprir parte da falha porque fiz o curso Técnico em Contabilidade (ensino médio) e a faculdade de Economia; ainda assim, falhas sérias persistiram. A principal é que, mesmo nos cursos da área, não há preocupação em ensinar como gerir as finanças pessoais, não se discute a postura de vida diante do dinheiro e não se fala da relação entre emoções e o sucesso financeiro. Em um curso de Economia, você aprende a resolver os problemas de um país, mas não aprende a resolver os seus próprios problemas. A consciência que adquiri dessa realidade foi por meio de estudos, pelo trabalho e pelos erros que cometi.

Um bom momento para ter contato com esses assuntos é no ensino médio. É nesta etapa da vida que a pessoa começa a amadurecer e ser mais crítica, bem como está prestes a adentrar no Mercado de trabalho e terá que gerenciar o que ganha e o que gasta.

O princípio básico da educação financeira é simples. Se ganhamos X e gastamos Y, então Y deveria ser menor ou igual a X. Além disso, poupar todos os meses certa quantia para eventualidades ou para realização de sonhos e necessidades futuras. Além de seguir esse princípio, é importante que se poupe certa quantia todo mês para eventualidades e para aquelas compras que se possa programar, como de vestimentas e calçados. Assim, ao invés de recorrer aos crediários das lojas, pode-se desfrutar dos descontos da compra à vista.

Para algumas pessoas, não é fácil gastar menos do que se ganha. No entanto, independente da renda, seria importante que a maioria das pessoas fosse consciente da importância de se guardar parte dos recursos, principalmente aquelas pessoas que ganham menos, pois se é grande a dificuldade para se ganhar dinheiro, mais prudente ainda se deve ser na hora de gastá-lo. Observe a seguinte situação:

Todas as pessoas precisam comprar roupas. Sendo assim, procuram uma loja para fazer a compra. Diante dessa necessidade é possível tomar uma decisão: comprar à vista ou a prazo. Uma pessoa que optar pela primeira, certamente conseguirá descontos, e se quiser conseguirá comprar mais com menos recursos. Caso opte pela segunda, poderá até comprar naquele momento uma quantidade maior, mas terá que parcelar a compra em várias vezes e consequentemente pagará juros. Comparando as duas opções, quem compra a prazo pagando os altos juros do crediário das lojas e não usufrui dos descontos num período de tempo, poderá até mesmo possuir aquele bem em menor quantidade do que teria se tivesse acumulado os valores necessários para a compra à vista, visto que parte de sua renda é utilizada para o pagamento dos juros das prestações. Este é um dos casos que tornam a educação financeira e a matemática importantes na vida das pessoas. Segundo Zentgraf, (2010, p.1):

> [...] a pessoa pode não saber nada de números, mas ela, implicitamente, ao decidir, deverá considerar essas duas alternativas e avaliar os prós e contras de cada estratégia. E, naturalmente, um certo conhecimento de noções básicas de matemática financeira a ajudaria a tomar a melhor decisão.

Geralmente, as pessoas acabam apelando para o crediário porque não possuem recursos suficientes para pagar pelo produto à vista e não conseguem lidar com a ansiedade de consumir naquele momento. Vão às lojas, compram o que desejam e dividem o valor total em parcelas que seus salários podem pagar. E assim começa uma grande roda viciosa, porque aquele dinheiro que a pessoa poderia guardar mensalmente é destinado para o pagamento das dívidas e quando ela sentir novamente a necessidade de consumo, não terá dinheiro para fazê-lo à vista, desfrutando dos descontos, e terá que fazer novas prestações e pagar novos juros, ou seja, trabalhar para pagar suas contas. Halfeld (2007, p.12) afirma:

> [...] Creio que nós, seres humanos, temos, naturalmente, uma grande dificuldade em poupar. Nossos antepassados, na Pré-História, consumiam tudo o que conseguiam obter nas caçadas. Eles não dispunham de refrigeradores. A possibilidade de não ter o que comer no dia seguinte fazia com que devorassem o máximo que podiam para manter nos tecidos adiposos as reservas de energia.

Esta situação pode ser revertida com uma mudança de postura. Cerbasi sugere, (2004, p.61), que para iniciar o hábito de ter recursos financeiros e possuir dinheiro para a aquisição de bens ou serviços:

> O primeiro passo é fazer sobrar dinheiro. [...] ponham no papel todos os gastos que vocês tiverem durante um mês. Sejam rigorosos. [...] No final do mês, montem uma planilha. [...] Imponham limites a cada categoria de gastos e sigam esses limites com precisão. Incluam em sua planilha a meta mensal de investimentos, não importa se vocês optarem por um valor mensal ou por um percentual do salário. E paguem-se primeiro, isto é, poupem o valor mensal assim que receberem o salário.

Considere o caso prático abaixo, de um trabalhador iniciante no mercado de trabalho que possui uma renda baixa:

| |
|---|
| Suponha que uma pessoa de 18 anos que é solteira e more com os pais e ganhe o salário mínimo, que desde 1º de janeiro a 31 de dezembro de 2013 equivale a R$ 678,00. A primeira coisa que esta pessoa deve entender é que não deve gastar mais do que isso todos os meses. Entendido isso, deverá se conscientizar que parte desse valor deve ser guardado mensalmente. Levando em consideração que este valor é pequeno comparado com o preço das coisas, ou seja, bens de consumo, lazer e necessidades do momento, essa pessoa deve escolher um valor pequeno, mas não insignificante, para guardar todos os meses.<br>Que esse valor seja aproximadamente 10% de sua renda, que serão arredondados para R$ 68,00 mensais. Definido isso, assim que receber o salário, ela deverá depositar a quantia determinada em uma conta poupança ou outra aplicação da mesma maneira que teria que fazer se esse fosse o valor de uma dívida, uma prestação qualquer. |

QUADRO 1: Poupança a partir de salário de trabalhador que recebe, mensalmente, salário mínimo.
FONTE: o autor.

Esse valor parece pequeno, mas segundo CERBASI, (2004, p. 122) a uma taxa de 0,65% ao mês, uma aplicação regular de R$ 69,87 poderá render, em 30 anos uma quantia de R$ 100.000,00. No nosso exemplo, como os depósitos são de R$ 68,00, em 30 anos essa aplicação regular gerará um montante de R$ 97.955,50, não levando em conta a inflação. Para resolver esse problema, basta corrigir mensalmente o valor dos depósitos pela inflação que em 30 anos, o valor acumulado teria o mesmo poder de compra que o montante acima possui hoje.

Os R$ 610,00 que sobraram, ele deverá procurar usar com consciência, ou seja, evitando adquirir dívidas, pois os juros dessas dívidas são bem maiores que o seu rendimento na aplicação financeira. Deverá estipular valores para bens de consumo, transporte, lazer e eventualidades, seguindo à risca o que se propôs a fazer. Se o transporte é uma quantia certa mensal, deverá reservar essa quantia, pois caso gaste esse dinheiro, certamente terá que se endividar, usando os recursos de seu investimento, ou deixando outra coisa importante de lado.

O que deve ser entendido é que ser educado financeiramente não é, necessariamente, deixar de consumir, mas sim consumir com consciência ou não consumir agora para consumir de forma melhor no futuro.

Mas não é do dia para a noite que se educa uma pessoa e se muda a cultura de um povo a agir dessa maneira. Os pais, a família e escola precisam trabalhar juntos na formação de pessoas para que saibam como se portar diante do dinheiro.

Aqui o foco central é assumido pela escola, que é lugar comum à maioria das crianças e adolescentes. Juntamente com a influência dos pais, a escola ajuda na formação do indivíduo, que passa por diversas fases e cada uma delas requer um tipo de conhecimento adequado.

O final do ciclo de Educação Básica é marcado pelo Ensino Médio. São três anos que adolescente precisa aprofundar os conhecimentos adquiridos do 1º ao 9º ano do ensino fundamental, pois este está às portas de sua escolha profissional e, em muitos casos, de ser agente de suas decisões.

Como a pessoa começa a sofrer as consequências das decisões erradas, muito do conhecimento adquirido ao longo de sua vida começa a ter maior significado e é importante que a escola entre nesse ambiente de aprendizagem da educação financeira que até então era exercido principalmente (senão exclusivamente) pelos pais, no interior de suas casas.

É nessa fase da vida do jovem que ele começa a perceber a importância de ter condições de adquirir o que se deseja. Saber lidar com as frustrações e ansiedades pode se tornar decisivo para que esta pessoa tenha ou não sucesso. Sendo assim, é importante que haja muita orientação e que seja disponibilizada informação para que, com muito diálogo e debate, se possa formar um cidadão consciente. Através do conhecimento, é preciso ajudar o aluno a formar suas opiniões e ajudá-lo a estabelecer suas metas e objetivos de futuro, seja no aprendizado dos conteúdos básicos para essa fase da vida dele, nas orientações e esclarecimentos para a escolha de sua profissão, mas também para que ele possa estabelecer objetivos de vida.

Segundo Cerbasi, (2004, p.33) “se seus objetivos de vida não forem claramente estabelecidos, será muito difícil abrir mão da possibilidade de adquirir um item de consumo”, assim é necessário trabalhar com esse adolescente de modo a fazê-lo entender que às vezes é preciso deixar de consumir hoje para consumir futuramente.

Em muitos momentos será preciso fazer o adolescente refletir sobre que diferença aquele item consumido naquele momento fará quanto ele estiver contando histórias para seus netos, ou seja, leva-lo à reflexão sobre a real necessidade de se adquirir tudo o que se deseja. Muitas vezes, passado certo tempo, ele irá perceber que a falta daquilo que ele queria não faz diferença para a vida dele, pois é comum que se confunda os verbos “querer” com os verbos “necessitar”, “precisar”.

Segundo Halfeld (2007, p. 24):

> Na sociedade de consumo, muitos confundem os verbos necessitar e precisar com o verbo desejar. Assim dizemos:
> - Necessito de um carro novo.
> - Preciso de uma viajem ao exterior nas férias.
> - Necessito comprar umas roupas melhores.
>
> Na verdade, o verbo desejar deveria ser o escolhido nesses casos.

Sobre esse comportamento, Martins (2004, p. 52) diz:

> Desejar coisas é uma emoção legítima do ser humano. Afinal, na nossa existência de vida na terra, o ato de desejar é parte importante da realização pessoal e profissional. Ausência de desejo pode significar, muitas vezes, ausência de vida e de alegria. O problema não está no desejo em si; está no desejo que extrapola os limites do bom senso, torna-se excessivo e passa a ser causa de problemas.

O jovem precisa observar se esse desejo que ele possui não está ofuscando a razão e a racionalidade. É comum ver pessoas que acabam desenvolvendo compulsão pelo consumo, comprando mais do que precisam, com dinheiro que não possuem, apelando para o crediário ou cartão de crédito. As provas disso podem ser vistas em armários cheios de sapatos, que foram usados uma ou duas vezes, ou roupas que foram adquiridas sem necessidade, que agora estão tomando espaço no guarda-roupa, apenas porque estavam em promoção.

O cidadão precisa tomar decisões cotidianas e muitas delas são tomadas sem conhecimento e reflexão. Basta tomar exemplos simples, como a de uma pessoa qualquer que utiliza o dinheiro do cheque especial para satisfazer um desejo momentâneo e percebe, tempos depois, que poderia ter passado sem aquele bem e agora vê sua dívida crescendo exponencialmente.

O mesmo pode ser dito sobre parte da população que possui veículo próprio. Embora saibam ou tenham ouvido falar sobre depreciação, preferem trocar de carro periodicamente, porque o novo modelo possui certas inovações tecnológicas sobre o antigo ou porque a posse de um veículo mais modesto pode comprometer sua imagem perante a sociedade. De acordo com Halfeld, (2007, p.12) “alguns profissionais têm necessidade de ser aceitos em seu meio e fazem do veículo um passaporte para isso.” No entanto, é imprescindível se ter consciência dos custos e do benefício que tudo isso representa.

De acordo com Zentgraf, (2010, p.2):

> [...] a escola – que deveria preparar o futuro cidadão para enfrentar a vida adulta – não cumpre adequadamente esse propósito. Esse problema é universal: nenhum país faz isso a contento. Mesmo assim, há países que preparam seus cidadãos para enfrentar decisões [...] ao lhes dar uma forte base matemática. No Brasil há deficiências óbvias nesse processo de aprendizagem [...]. Nossos adolescentes são cada vez mais preparados para o exercício da cidadania, para reivindicarem seus direitos mas, por outro lado, não são preparados para tomar decisões que permitam se preparar financeiramente para o futuro.

Martins (2004, p.5), complementa:

> Uma criança passa oito anos no ensino fundamental, três anos no ensino médio [...]. Nesses onze anos, o aluno não estuda noções de comércio, economia, finanças ou impostos. O sistema educacional ignora o assunto ‘dinheiro’, algo incompreensível, já que a alfabetização financeira é fundamental para ser bem sucedido em um mundo complexo.
>
> Se fizer um curso universitário fora da área econômica, o estudante completará sua formação superior sem noções de finanças. Não tenho dúvida de que essa falha é responsável por muitos fracassos pessoais e familiares.

A escola tem papel fundamental no sentido de preparar o aluno para que ele tenha ferramentas para resolver os problemas que poderá enfrentar no futuro e ampliar a sua capacidade de lidar com alguns desafios com os quais poderá ter de conviver. Para isso, é preciso que as aulas simulem situações que o aluno irá enfrentar em sua vida como cidadão. Mais do que isso, os professores precisam abordar os temas e assuntos que também extrapolam o cotidiano do aluno para que ele evolua socialmente.

Como decisões financeiras fazem parte da vida das pessoas e estas ao serem tomadas são muitas vezes determinantes do ponto de vista do quanto essa pessoa será bem sucedida ou não, é necessário que aconteça um trabalho com os alunos do Ensino Médio, uma discussão e estudo para que eles compreendam a Matemática Financeira aplicada aos diversos ramos da atividade humana e em situações simples pelas quais a maioria dos brasileiros passa, como declarações de imposto de renda, tomada de decisão perante a aquisição de um bem qualquer, compra, venda e troca de automóvel, aquisição de um imóvel ou opção pelo aluguel de um imóvel temporário, bem como entender sobre juros compostos e sua evolução, entre outros desafios que se apresentam ao cidadão comum.

Poucas pessoas veem a necessidade de poupar, às vezes por dificuldades, pois não possuem essa cultura, e às vezes porque não sentem necessidade. O problema é que elas não se dão conta de que eventos inesperados podem ocorrer, como por exemplo a perda de um emprego ou a descoberta de uma doença na família.

São muitos os casos em que é necessário esclarecimento financeiro, no entanto, é possível ver que em muitos deles a variável financeira mais importante é o valor da prestação. O que muitas pessoas observam é se o valor é pequeno o suficiente para que se possa pagar com o salário que se recebe e se esquecem de refletir sobre o valor do juro que está sendo pago, ou até mesmo se não haveria possibilidade de acumular um pouco de dinheiro para que o valor financiado seja menor, e consequentemente, o prazo e o juro pago também sejam menores.

Mas ter educação financeira não significa deixar de gastar dinheiro. Muitas vezes, o gasto preventivo dele pode ser decisivo para o sucesso financeiro ou não das pessoas, como a contratação de um plano de saúde para a família. Muitos pensam que é melhor pagar uma consulta médica eventualmente ao invés de fazer esse investimento e optam por deixar de lado essa despesa porque a saúde de toda a família anda bem. Mas o que irá acontecer se for descoberta uma doença grave ou se algum familiar sofrer um acidente? E se não tiver dinheiro de reservas para suprir uma necessidade emergencial? Zentgraf (2010, p.9), argumenta:

> [...] ninguém irá a falência se, em vez de não pagar nada a um médico que é pago pelo plano de saúde, tiver que pagar uma consulta particular, mas muita gente terá problemas financeiros dramáticos se, diante de uma desgraça, tiver de gastar, da noite para o dia, R$ 10 mil em exames complexos, R$ 50 mil em uma cirurgia ou R$ 100 mil em exames complexos por um longo período de permanência da UTI de um hospital. São riscos que, para não acabar na fila do SUS, os segurados preferem não correr, arcando com o custo mensal de um seguro-saúde.

O que parece mais fácil nem sempre é a melhor saída. Pelo senso comum, é muito melhor pagar uma consulta eventualmente do que pagar a mensalidade do plano de saúde, que na maioria vezes serve para consultas médicas esporádicas e exames simples, mas poucos levam em conta que é melhor se adaptar com uma despesa que se conhece previamente, embora precisem passar por certas privações no presente e colocar a despesa no orçamento, do que ter problemas de saúde no futuro e ter que vender seus bens a preços abaixo dos de mercado para pagar por uma cirurgia de emergência ou pelos dias em uma UTI hospitalar.

Boas escolhas e vida regrada geralmente trazem bons frutos. Se o indivíduo é acostumado a não se endividar e poupar para eventualidades no futuro, ele poderá buscar alternativas melhores.

Observemos aqui o caso da aquisição da casa própria: com conhecimentos financeiros é possível fazer a “mágica dos juros compostos” trabalhar a seu favor, pois taxa de juros e longos prazos fazem o dinheiro se acumular exponencialmente. Para tanto, basta se prevenir e, caso ainda seja necessário recorrer à financiamentos, certamente será por um prazo menor e consequentemente, os custos e os riscos de eventualidades ficam muito menores. No caso de uma pessoa que não tem essa preocupação, certamente o prazo do financiamento será maior e a aquisição talvez não venha a atender realmente aos gostos e necessidades, e sim o quanto ela pode pagar de prestação naquele momento.

Para ter essa boa condição é necessário planejamento. Segundo Cerbasi (2004, p. 61), existem alguns pontos essenciais do planejamento financeiro:

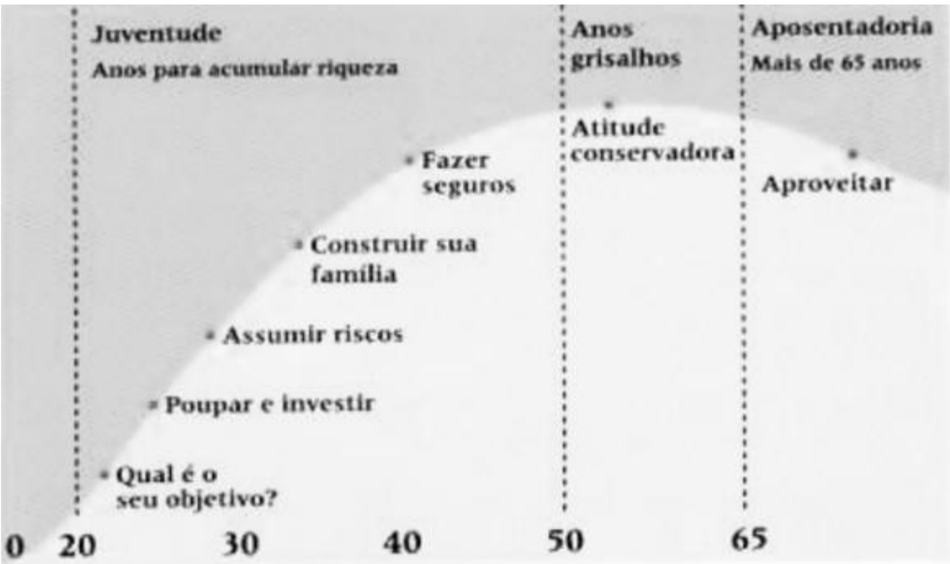
- Controle de gastos.
- Estabelecimento de metas.
- Disciplina com investimentos.
- Ajustes referentes a inflação e a mudança na renda.
- Administração do que se conquistou.

No caso de se pagar aluguel ou financiamento, talvez seja interessante a primeira opção por um certo tempo, visto que o preço do aluguel de um determinado imóvel tende a ser menor do que o valor das prestações do financiamento dele, e investir a diferença de modo que, em algum tempo se tenha, juntamente com outras economias, uma quantia considerável para dar de entrada no imóvel e não ter a necessidade de financiar 100% do seu valor. Para tanto, é importante estudar as situações que se colocam e não tomar decisões sem a devida análise dos prós e dos contras. No capítulo 4 faremos um exemplo analisando esta situação.

Outro ponto a ser considerado é que o poder produtivo do indivíduo se reduz ao longo dos anos e assim não podemos exigir que uma pessoa de 60 anos produza tanto quanto uma pessoa de 30 anos. Assim, as pessoas devem se organizar ao longo de suas vidas a ponto de acumular bens e dinheiro para terem condições de vida dignas, visto que nessa fase da vida os cuidados com saúde, por exemplo, são maiores.

Observe a figura a seguir que mostra o ciclo da vida financeira de uma pessoa:

**Figura 1 –** Ciclo da vida financeira




FONTE: HALFELD, Mauro. INVESTIMENTOS: Como administrar melhor seu dinheiro.

Acrescente-se a estes o fato de que as aposentadorias do Instituto Nacional do Seguro Social (INSS), definidas pela Lei nº 10.887, de 18 de junho de 2004, e do setor público, definida pela Lei nº 12.618, de 30 de abril de 2012, possuem um teto máximo, que hoje equivale a R$ 3.916,20, e em muitos casos, não são concedidas exatamente de acordo com o último salário do indivíduo, e sim com base em uma proporção dos seus salários e contribuições, o que pode implicar numa queda do valor de renda mensal do aposentado.

Zentgraf (2010, p. 121-122) argumenta que:

> [...] É razoável que ele se ocupe de quem tem uma renda relativamente baixa, entre outras coisas porque provavelmente essa pessoa não teve educação suficiente para entender certos meandros das finanças. Não é razoável, por outro lado que ele, o Estado, se ocupe com o fato que uma pessoa com renda alta conserve seu poder aquisitivo ao sair da ativa. Essa deve ser uma preocupação da própria pessoa, e o papel do Estado deve ser apenas o de zelar por um sistema financeiro sólido e uma regulamentação adequada aos fundos de pensão, para que possa fazer suas escolhas em um ambiente econômico sadio.

Dessa forma, profissionais que recebem R$ 10 mil, por exemplo, que estão acostumados com o padrão de vida que essa renda proporciona, e ao se aposentar passam a contar com uma renda aproximada de R$ 4 mil precisam sofrer uma grande adaptação de seus hábitos financeiros, visto que existe uma diferença bem significativa entre seus atuais e antigos rendimentos. Caso contrário, precisarão contrair empréstimos baseados nos altos juros do mercado ou vender bens para compensar a renda que agora falta.

Zentgraf, (2010, p.11), afirma:

> [...] profissionais privados com salários maiores que o teto de contribuição do INSS e que não queiram sofrer uma erosão significativa em seu bem-estar – pois ao saírem da ativa, o que irão receber do instituto é no máximo o teto de contribuição – devem pensar desde cedo em aplicar parte dos seus rendimentos mensalmente em algum fundo de pensão ou outra modalidade de investimento, com vistas a ter uma entrada de caixa complementar à do INSS quando chegarem à terceira idade.

Pensar e planejar é essencial para que se possa ter uma renda complementar no futuro, e uma das maneiras de viabilizar esse projeto de vida é ter conhecimentos sobre esses assuntos enquanto se tem a variável tempo a favor do indivíduo, e é por isso que questões sobre este tema devem ser levantadas durante a formação do aluno no Ensino Médio.

A educação financeira só será possível se as pessoas estudarem sobre ela, entenderem como funciona o fluxo de seu dinheiro e estabelecerem metas de poupança e gerenciamento de gastos, além de envolverem sua família durante esse processo. Também é necessário que, diante do dinheiro, controlem emoções que as impulsionam a gastar, bem como adquiram conhecimentos financeiros para a melhor tomada de decisão sobre as oportunidades e situações delicadas que se apresentam. É indispensável que as pessoas estejam treinadas para saber como lidar com suas despesas, ganhos e investimentos que foram e que serão realizados, interessando-se pelo dinheiro e observando com atenção as oportunidades, ampliando sua inteligência financeira, respeitando suas características e suas potencialidades, para que estas se intensifiquem. Além disso, principalmente, devem ser disciplinados para alcançar as metas traçadas ao longo do caminho.

Martins, (2004, p.54) ressalta:

> De qualquer forma, mesmo que não aprecie a ideia de tornar-se rico, pense, pelo menos, que é legítimo você ganhar o suficiente para ter uma vida digna, poder sustentar sua família, ter tranquilidade na velhice e poder usar sua renda para praticar a caridade e a solidariedade.

# 2 A MATEMÁTICA DAS FINANÇAS

A Matemática Financeira faz parte do currículo básico de acordo com o que está disposto nas orientações curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006, p.75) e as Diretrizes Curriculares para a Educação Básica (Paraná, 2008, p. 81).

Este capítulo será destinado a oferecer embasamento teórico necessário para o próximo capítulo, ou seja, a matemática que justifica o raciocínio utilizado nos exercícios propostos em seguida será desenvolvida aqui.

## 2.1 Relação entre porcentagem, fração e números decimais.

De acordo com Bianchini (2003, p.2), *"*a razão entre dois números não-nulos é o quociente entre eles*"*. Já BOULOS (2001, p.12), "o quociente de b por a, onde a ≠ 0, indicado por $\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}$ é definido por

$$\frac{b}{a} = b \times \frac{1}{a},$$

onde b é referido como numerador e a como denominador. Neste caso, $\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}$ também é referido como fração".

Iezzi [*et all*] (2011, p. 172) destaca:

> [...] as razões de denominador 100 são chamadas razões centesimais ou taxas percentuais ou porcentagens. As porcentagens podem ser representadas de duas maneiras: na forma de fração, com denominador 100 ou na forma decimal (dividindo-se o numerador pelo denominador).

Observe o exemplo:

O preço da gasolina em um determinado posto de combustível está R$ 3,00, enquanto que o preço do etanol está R$ 2,10. Assim, a razão entre o preço do etanol pelo preço da gasolina será $\frac{R\$ \, 2{,}10}{R\$ \, R\$ \, 3{,}00} = \frac{7}{10}$.

No caso, $\frac{7}{10}$ também pode ser representado na forma de decimal ou de porcentagem, como segue:

$$\frac{2{,}10}{3{,}00} = 0{,}7 = \frac{70}{100} = 70\%.$$

QUADRO 2: Relação entre porcentagem, fração e número decimal
FONTE: o autor.

Aqui, também cabe o conceito de variação percentual. Observe:

No início do mês, o preço do litro da gasolina em um posto de combustível era R$ 3,00. No final do mês, o preço passou a ser R$ 3,15, o litro.

Em valores absolutos, o aumento foi de R$ 0,15. Calculando a razão entre esse aumento e o valor inicial, encontramos

$$\frac{R\$ \, 0{,}15}{R\$ \, 3{,}00} = 0{,}05 = 5\%.$$

Logo, dizemos que 5% foi a variação percentual do preço do litro da gasolina.

QUADRO 3: Análise do percentual do preço da gasolina
FONTE: o autor.

Definido em Iezzi [*et all*] (2011, p. 175), se *p* é a variação percentual do preço desse produto no período considerado, então

$$pV_0 + V_0 = V_1 \Rightarrow p = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} - 1, \qquad (2.1.1)$$

onde $V_0$ é o valor inicial do produto, $V_1$ é o valor desse produto em uma data futura.

Se $p$ é um valor positivo, então $p$ representa uma taxa de crescimento, caso seja negativo, $p$ representa uma taxa de decrescimento, e se $p = 0$, indica que não houve alteração de preços ao longo do tempo.

**2.2 Aumentos e descontos.**

De acordo com Bruni (2003, p.69-70), “uma forma alternativa de cálculos com o valor do dinheiro no tempo pode ser apresentada através de desconto comercial ou bancário*”.* Assim, “[...] para saber o valor do desconto, basta multiplicar a taxa pelo valor nominal”*.*

Lima (2006, p. 54):

> [...] quando um banco empresta dinheiro (crédito pessoal ou desconto em duplicatas) o tomador do empréstimo emite uma nota promissória, que é um papel no qual o tomador se compromete a pagar ao banco, em uma data fixada, uma certa quantia, que é chamada de valor de face da promissória.
> O banco então desconta a promissória para o cliente, isto é, recebe a promissória de valor de face F e entrega ao cliente uma quantia A (menor que F, naturalmente). A diferença F – A é chamada de desconto.

Considere que o valor nominal de um produto seja $N$. No entanto, por conta de uma promoção, será oferecida uma taxa $i$ de desconto. Dessa forma, para se calcular o valor do desconto $D$ sobre o produto, usamos a relação:

$$D = N \times i \qquad (2.2.1)$$

Agora, para calcular o valor líquido $V_A$ (valor atualizado) pelo qual o produto será vendido, devemos descontar o valor $D$ do preço $N.$ Operando algebricamente:

$$V_A = N - D = N - N \times i = N(1 - i). \qquad (2.2.2)$$

O mesmo ocorre quando se deve pagar qualquer acréscimo sobre um determinado valor nominal $N$, a uma taxa de juros $i.$ Para se calcular o valor do acréscimo $A$ sobre esse valor, devemos usar a relação:

$$A = N \times i \qquad (2.2.3)$$

Agora, para se determinar o valor líquido $V_A$, devemos acrescentar o valor $A$ ao valor $N$. Operando algebricamente:

$$V_A = N + A = N + N \times i = N \times (1 + i). \qquad (2.2.4)$$

Observe as seguintes situações:

1. Um calçado é anunciado em uma loja por R$ 120,00 com desconto de 10% para pagamentos em dinheiro.

Logo, por (2.2.2), o valor líquido a ser pago pelo sapato será

$$V_A = R\$\ 120{,}00 \times 0{,}9 = R\$\ 108{,}00.$$

2. Uma prestação será paga com atraso e para isso deverá pagar multa de 5% sobre o valor nominal de R$ 234,00.

Logo, por (2.2.4), o valor líquido a ser pago pela prestação será

$$V_A = R\$\ 234{,}00 \times 1{,}05 = R\$\ 245{,}70.$$

QUADRO 4: Cálculo de desconto e acréscimo comercial e bancário
FONTE: o autor.

Através dos exemplos acima vemos situações cotidianas que são usados cálculos de descontos, bem como acréscimo comercial e bancário.

## 2.3 Juros Simples

Para Lima (2006, p.44):

> “Alguém dispõe de um capital C (chamado de principal), empresta-o a outrem por um certo período de tempo, e após esse período, recebe o seu capital C de volta, acrescido de uma remuneração J pelo empréstimo. Essa remuneração é chamada de *Juro”.*

A noção intuitiva de juro simples decorre de (2.2.3). A diferença é que aqui, o valor pode ser calculado para prazos variados (inclusive 1). Seja $C$ o capital aplicado, $i$ a taxa de crescimento do capital, obtida pela razão $i = \frac{J}{C}$ (em sua representação decimal), $t$ o prazo de aplicação do capital, $M$ o valor corrigido pela aplicação após $t$ meses e $J$ o juro obtido na aplicação, ou seja, a diferença entre o montante obtido e o capital aplicado.

Sendo assim, no sistema de juros simples, podemos obter o juro de uma aplicação pela relação:

$$J = C \times i \times t \qquad (2.3.1)$$

O montante acumulado após *t* meses é dado por:

$$M = C + J = C(1 + i \times t) \qquad (2.3.2)$$

Segundo Zentgraf, (2010, p.19), a progressão aritmética é “uma sucessão de termos na qual cada termo a partir do segundo é igual ao anterior somado algebricamente a uma quantidade constante, denominada razão”. Como no sistema de juros simples a diferença entre o juro cobrado entre um mês e o mês consecutivo é constante, podemos dizer que esse valor corresponde à razão de uma progressão aritmética.

### 2.4 Juros compostos

Giovanni (2011, p.230), destaca que:

> [...] o juro composto é conhecido como juro sobre juro e é o mais utilizado nas transações financeiras. No juro composto, o valor do juro gerado é incorporado ao capital e passa a participar da geração de juros no período seguinte.

Nesse sentido, os juros compostos são uma das importantes aplicações de progressões geométricas, pois cada termo, a partir do segundo, é igual ao seu anterior multiplicado por um valor constante, denominado razão.

No regime de Juros compostos, a uma taxa $i$, um capital $C$ transforma-se, depois de $t$ períodos de tempo, de modo que é respeitada a seguinte recorrência matemática:

$$M_1 = C \times (1+i),$$
$$M_2 = M_1 \times (1+i),$$
$$M_3 = M_2 \times (1+i),$$
$$\vdots$$
$$M_t = M_{t-1} \times (1+i).$$

Multiplicando-se todas as equações acima, temos a seguinte equação:

$$M_1 \times M_2 \times M_3 \times \ldots \times M_t = C \times M_1 \times M_2 \times M_3 \times \ldots \times M_{t-1} \times (1+i)^t$$

Realizando as simplificações possíveis em ambos os membros da equação, visto que $M_i \neq 0$, com $i = 1, 2, \ldots, t$, para todo $t$ natural temos,

$$M_t = C \times (1+i)^t \qquad (2.4.1)$$

A equação (2.4.1) ainda pode ser demonstrada usando o Princípio da Indução Matemática sobre $t$:

*i. Se* $t = 1$, *temos* $M_1 = C \times (1+i)$, *ou seja, a fórmula é válida.*

*ii. Vamos admitir que a fórmula seja verdadeira para* $t = k$, *ou seja,* $M_k = C \times (1+i)^k$, *será nossa hipótese de indução (HI). Dessa forma, se* $t = k+1$, *segue que* $M_{k+1} = M_k \times (1+i)$. *Daí, pela hipótese de indução,*

$$M_{k+1} \underset{recorrência}{=} M_k \times (1+i) \underset{HI}{=} C \times (1+i)^k \times (1+i) = C \times (1+i)^{k+1},$$

*ou seja, a fórmula é válida para todo número natural.*

## 2.5 Taxas nominais e unificadas

Para LIMA [*et al*] (2006, p.50), “taxas proporcionais não são equivalentes”. Isto de fato ocorre, pois “144% ao ano, com capitalização mensal” não é “12% ao mês”.

Para tratar desse tipo de situação, basta realizar um exercício bem simples, utilizando a relação de juros compostos sobre R$ 1.000,00 durante um ano.

| |
|---|
| No caso da capitalização mensal, em um ano, a uma taxa de 12% ao mês, teríamos um montante $M = 1000 \times (1 + 0{,}12)^{12} = 3.895{,}98$, enquanto que na capitalização anual, fazendo a proporção $I = 0{,}12 \times 12 = 1{,}44$, teríamos um montante $M = 1000 \times (1 + 1{,}44) = 2.440{,}00$, ou seja, com a proporcionalidade, teríamos uma diferença de R$ 1.455,98. |

QUADRO 5: Comparação de taxas
FONTE: o autor.

Para encontrarmos uma equivalência entre as taxas $i$ (nominal) e $I$ (equivalente) de modo que obtenhamos montantes iguais, utilizaremos as equações:

$$M = C \times (1 + I), \qquad (2.5.1)$$

e

$$M = C \times (1 + i)^t. \qquad (2.5.2)$$

De (2.5.1) e (2.5.2), $C \times (1 + I) = C \times (1 + i)^t$. Simplificando a equação, para determinarmos taxas equivalentes, basta utilizamos a relação:

$$I = (1 + i)^t - 1, \qquad (2.5.3)$$

onde, $t$ é igual ao número de períodos proporcionais à unidade de tempo da taxa $I$.

No exemplo estudado acima, temos que:

Situação 1:

$$1 + 1{,}44 = (1 + \mathrm{i})^{12} \Rightarrow \mathrm{i} \cong 0{,}0772,$$

ou seja, a taxa mensal equivalente a 144% ao ano é aproximadamente 7,72% ao mês.

Situação 2:

$$1 + \mathrm{I} = (1 + 0{,}12)^{12} \Rightarrow \mathrm{I} \cong 2{,}896,$$

ou seja, a taxa anual equivalente a 12% ao mês é aproximadamente 289,6% ao ano.

QUADRO 6: Cálculo de taxas equivalentes
FONTE: o autor.

Outra situação possível é que um determinado produto ou capital esteja sob a influência de diversas taxas distintas, que são apresentadas de forma conjunta.

Determinado produto que custa R$ 100,00 é colocado em promoção e recebe desconto de 20%. Além disso, o comerciante que está realizando a promoção dará mais 5% de desconto caso o cliente pague em dinheiro.

Se não analisarmos a situação com calma podemos pensar se tratar de um desconto final de 25%, mas não é o que ocorre de fato, pois o primeiro desconto será

$$R\$\ 100{,}00 \times 0{,}2 = R\$20{,}00,$$

ou seja, apenas por estar em liquidação o produto passa a custar

$$R\$\ 100{,}00 - R\$\ 20{,}00 = R\$\ 80{,}00.$$

Dando um desconto de 5% sobre este valor, percebemos que o desconto dado será

$$R\$\ 80{,}00 \times 0{,}05 = R\$\ 4{,}00,$$

ou seja, o valor a ser pago pelo cliente será

$$R\$\ 80{,}00 - R\$\ 4{,}00 = R\$\ 76{,}00.$$

No entanto se calcularmos um desconto de 25%, o desconto será calculado por $R\$\ 100{,}00 \times 0{,}25 = R\$\ 25{,}00$, ou seja, o preço do produto seria de $R\$\ 100{,}00 - R\$\ 25{,}00 = R\$\ 75{,}00$.

QUADRO 7: Valor de produto após incidência de descontos sucessivos
FONTE: o autor.

Podemos observar que existe uma diferença de R$ 1,00 entre os valores encontrados e isso se deve ao fato que mudou a referência do valor sob o qual está sendo dado o desconto, e assim, para encontrarmos uma relação de taxa veremos que, ocorre o seguinte.

Considere $A$ o preço à vista do produto, $L$ o valor do produto durante a liquidação e $F$ o valor final do produto, $i_1$ o primeiro desconto dado e $i_2$ o segundo desconto dado:

Para determinarmos $L$, resolvemos a seguinte equação:

$$L = A \times (1 - i_1). \tag{2.5.4}$$

Para determinarmos $F$, a seguinte:

$$F = L \times (1 - i_2). \tag{2.5.5}$$

Sendo assim, substituindo (2.5.4) em (2.5.5) temos,

$$F = A \times (1 - i_1) \times (1 - i_2). \tag{2.5.6}$$

Dessa forma, para determinarmos uma taxa equivalente de modo que possamos encontrar o valor à vista com os dois descontos, deveríamos determinar uma taxa de desconto *I*, de modo que,

$$F = A \times (1 - I). \tag{2.5.7}$$

Substituindo (2.5.7) em (2.5.6), temos,

$$A \times (1 - I) = A \times (1 - i_1) \times (1 - i_2).$$

Logo,

$$I = 1 - (1 - i_1) \times (1 - i_2). \tag{2.5.8}$$

Aplicando (2.5.8) à situação exposta acima, vemos que:

$$I = 1 - (0{,}80) \times (0{,}95) = 1 - 0{,}76 = 0{,}24.$$

Dessa forma, o desconto unificado seria de 24% e obteríamos o preço do produto resolvendo a equação (2.5.7). Logo:

$$F = R\$\ 100 \times 0{,}76 = R\$\ 76{,}00.$$

## 2.6 Cálculo de prestações constantes

Para Lima [*et al*] (2006, p. 45),

> [...] é importante perceber que o valor de uma quantia depende da época à qual ela está referida. Se eu consigo fazer com que meu dinheiro renda 10% ao mês, ou seja, o dinheiro vale para mim 10% ao mês, é-me indiferente pagar agora R$ 100,00 ou pagar R$ 110,00 daqui a um mês. É mais vantajoso pagar R$ 105,00 daqui a um mês do que pagar R$ 100,00 agora. É mais vantajoso pagar R$ 100,00 agora do que pagar R$ 120,00 daqui a um mês.

Diante disso, é possível ver que o dinheiro possui valores diferentes à medida que o tempo passa. Basta fazer um exercício simples e constatar que, o que se comprava com R$ 10,00 há 10 anos, era mais do que se comprava com o mesmo valor no ano passado, que era mais do que se compra com esse valor hoje. Existem situações como inflação, e outras variáveis, que influenciam os preços.

Vamos analisar o Sistema de Prestações Constantes, muito utilizado pelo comércio e pelas agências de financiamento. Consideremos uma mercadoria ou produto que no presente tenha o valor $A$. Se essa mercadoria será adquirida a uma taxa de juros $i$, a dívida será resgatada ou quitada mediante uma série de $n$ pagamentos iguais a $P$, um tempo antes do primeiro pagamento, ou seja, haverá um período (mês, bimestre, semestre, entre outros) de intervalo entre a aquisição da mercadoria e o pagamento da primeira parcela. Seja $A_K$ o saldo devedor.

Para $t = 0$, o saldo devedor é

$$A_0 = A.$$

Ao fim do 1º período após o pagamento da 1ª parcela $P$,

$$A_1 = A \times (1 + i) - P.$$

Ao fim do 2º período,

$$\begin{aligned} A_2 &= A_1 \times (1+i) - P \\ &= [A \times (1+i) - \ P] \times (1+i) - P \\ &= A \times (1+i)^2 - P \times (1+i) - P. \end{aligned}$$

Ao fim do 3º período,

$$\begin{aligned} A_3 &= A_2 \times (1+i) - P \\ &= [A \times (1+i)^2 - P \times (1+i) - P] \times (1+i) - P \\ &= A \times (1+i)^3 - P \times (1+i)^2 - P \times (1+i) - P. \end{aligned}$$

.

.

.

Ao fim do n-ésimo período,

$$A_n = A \times (1+i)^n - P \times (1+i)^{n-1} - P \times (1+i)^{n-2} - \cdots - P \times (1+i) - P.$$

Como ao fim do n-ésimo período espera-se que seja paga a dívida, então $A_n = 0$. Logo:

$$A \times (1+i)^n = P \times (1+i)^{n-1} + P \times (1+i)^{n-2} + \cdots + P \times (1+i) + P$$

$$\Rightarrow A = \frac{P}{(1+i)} + \frac{P}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^n}. \qquad (2.6.1)$$

Como essa é a soma de $n$ termos de uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{1+i}$, onde o primeiro termo corresponde a $\frac{P}{(1+i)}$ temos que:

$$A = \frac{P}{(1+i)} \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{1 - \frac{1}{1+i}} = P \times \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{(1+i).\frac{1+i-1}{1+i}} = P \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}.$$

Daí, segue que:

$$A = P \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}. \qquad (2.6.2)$$

Portanto:

$$P = \frac{A \times i \times (1+i)^{n}}{(1+i)^{n}-1}. \qquad (2.6.3)$$

Vejamos em seguida um exemplo comparativo:

1. Uma mercadoria que custa R$ 400,00, adquirida em três vezes, sem entrada, a uma taxa de juros de 4% ao mês, terá uma prestação mensal $P$, onde

$$P = \frac{R\$\ 400{,}00 \times 0{,}04 \times (1+0{,}04)^{3}}{(1+0{,}04)^{3}-1} = R\$\ 144{,}14.$$

Ou seja, o valor a ser pago mensalmente, a partir de 30 dias da aquisição será de R$ 144,14.

2. Do mesmo modo, esta relação é útil para calcular o valor de quitação de um veículo, que foi financiado em 72 vezes, com taxa de juros de 1,23% ao mês, após o pagamento de 30 parcelas iguais a R$ 400,00.
Como no caso faltam 42 parcelas, temos que o valor de quitação é dado por $A$:

$$A = R\$\ 400{,}00 \times \frac{1-(1+0{,}0123)^{-42}}{0{,}0123} = R\$\ 13.059{,}25.$$

Ou seja, o valor para quitação desse veículo é R$ 13.059,25.

QUADRO 8: Método de determinação de prestação de determinado produto e preço à vista de outro
FONTE: o autor.

Com os exemplos dados acima, fica fácil entender como ocorre o parcelamento de dívidas no regime de juros compostos, bem como o método para se determinar o valor para a quitação delas.

## 2.7 Séries de pagamentos

Depois de realizar o estudo sobre o conceito de juros e o cálculo de prestações, iniciaremos o estudo sobre séries de pagamentos. Mas o que podemos entender por séries de pagamentos? Em termos simples, significa liquidar uma dívida em duas ou mais parcelas. No entanto, quando pensamos em um empréstimo ou em um financiamento que precisa ser liquidado em parcelas, elas podem ser apresentadas da seguinte maneira: ou se paga em prestações iguais ou se paga em prestações diferentes.

O plano de liquidação de uma dívida mais comum no mercado é o que utiliza o sistema de prestações iguais. Sendo prestações diferentes, é necessário obedecer a algum padrão, ou seja, não é comum pagar uma parcela no valor de R$ 1.000,00, outra de R$ 1.224,00 e outra de R$ 121,00, mas pode ser a primeira de R$ 1.000,00, a segunda de R$ 1.050,00; R$ 1.100,00, e assim sucessivamente, ou seja, entre uma prestação e outra existe uma relação matemática, que neste caso, dada pelo acréscimo de R$ 50,00 a partir da parcela anterior. O contrário também poderia acontecer, ou seja, as prestações poderiam decrescer de R$ 50,00 em R$ 50,00. No entanto, critérios para a determinação de pagamentos diferentes como os expostos acima não são utilizados como regra no sistema brasileiro.

Dentro dessa ótica, o que seria um sistema de amortização?

Um sistema de amortização é um plano de liquidação de uma dívida. Assim, o número de maneiras distintas pelas quais podem ser liquidadas as dívidas são infinitas. Poderiam ser crescentes ou decrescentes, em Progressão Aritmética, em Progressão Geométrica, enfim, basta estabelecer um plano de pagamentos periódicos para que uma dívida possa ser liquidada. O que esses sistemas de amortização têm em comum é a utilização do Sistema de Juros Compostos para realizar a atualização da dívida ao longo do tempo.

Observe o caso a seguir que ilustra uma situação real:

Uma pessoa empresta de outra o valor de R$ 10.000,00 a uma taxa de juros combinada de 5% ao mês, tendo o prazo de devolução desse valor corrigido até o final do empréstimo. Ele poderia fazê-lo de várias formas, entre elas:

1. Poderia devolver o total do valor devido ao final de dois anos, o que representaria um problema maior, uma vez que esse valor capitalizado em 5% a.m. durante dois anos será:

$$M = R\$\ 10.000{,}00 \times 1{,}05^{24} = R\$\ 32.251{,}00.$$

Ou seja, se a pessoa não tinha R$ 10.000,00 no presente momento, muito provavelmente terá dificuldades de pagar R$ 32.251,00 depois de 24 meses.

2. Poderia devolver o valor dos juros referentes a cada mês, pois o juro seria de:

$$J = R\$\ 10.000{,}00 \times 0{,}05 = R\$\ 500{,}00.$$

Logo, a pessoa poderia pagar R$ 500,00 todo mês e no final dos dois anos, além de pagar a parcela de R$ 500,00 deveria pagar, também o valor de R$ 10.000,00 que foram emprestados naquele momento, o que também poderia ser um problema porque ela pode se deparar com a situação da liquidação da dívida se aproximando e não ter o dinheiro para pagar essa dívida.

QUADRO 9: Ilustração de série de pagamentos.
FONTE: o autor.

No entanto, os sistemas de amortização mais usados no mundo são: o Sistema de Prestações Constantes, também denominado Tabela Price[1], no qual uma dívida é resgatada em *n* pagamentos periódicos iguais, bastante utilizado para aquisição de veículos e no comércio; e o Sistema de Amortização Constante (SAC), em que a dívida assumida é quitada em *n* parcelas iguais, resultando em pagamentos periódicos diferentes, que é bastante utilizada para aquisição da casa própria.

Esses sistemas são caracterizados pelo pagamento conjunto de parte da dívida e do juro que está sendo gerado sobre a dívida. De acordo com Lima [*et al*] (2006, p. 55), “Quando se paga parceladamente um débito, cada pagamento tem dupla finalidade. Uma parte quita os juros e a outra amortiza (abate) a dívida.”

[1] O Sistema ou Tabela Price tem esse nome em homenagem ao economista inglês Richard Price, o qual incorporou a teoria do juro composto às amortizações de empréstimos, no final do século XVIII. Basicamente, a tabela Price é um caso particular do Sistema de Amortização Francês, em que a taxa

### 2.7.1 Sistema de amortizações constantes (SAC).

De acordo com Bruni, (2003, P.174), no Sistema de Amortizações Constantes:

> [...] a dívida assumida é quitada em parcelas iguais, em que o valor de cada amortização é igual ao valor emprestado dividido pelo número de parcelas. Os juros incidentes sobre o saldo deverão ser quitados juntamente com a amortização do principal. Assim, como o saldo devedor decresce e o pagamento de juros também, as parcelas pagas são decrescentes.

Ou seja, no SAC, determinamos a amortização por:

$$AMORTIZAÇÃO = \frac{VALOR\ FINANCIADO}{PRAZO}. \qquad (2.7.1.1)$$

Determinado o valor da amortização, então podemos calcular o valor da prestação, que é dado por:

$$PRESTAÇÃO = AMORTIZAÇÃO + JUROS, \qquad (2.7.1.2)$$

onde a amortização é constante por (2.7.1.1).

Os juros são cobrados sobre o valor do saldo devedor do mês que sofre o desconto a cada período da amortização do período anterior, até o final do financiamento, onde o saldo devedor se anula.

Como exemplo de aplicação desse sistema de capitalização, utilizemos o exemplo do quadro 9 para pagamentos semestrais, o que pela equação (2.5.3) implica em uma taxa de 34% ao semestre. Considere a tabela a seguir:

**Tabela 2 –** Cálculo das prestações de empréstimo de R$ 10.000,00 em 4 prestações semestrais a juro de 34% ao semestre pelo SAC. (valores em R$).

| Período semestral (t) | Saldo Devedor ($SD_{t-1}=SD_{t-1}-A_t$) | Pagamento | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Juros ($J_t = 0,34 \times SD_t$) | Amortização ($A_t = \frac{SD_0}{4}$) | Prestação ($P = J_t + A_t$) |
| 0 | 10.000,00 | --- | --- | --- |
| 1 | 10.000,00 | 3.400,00 | 2.500,00 | 5.900,00 |
| 2 | 7.500,00 | 2.550,00 | 2.500,00 | 5.050,00 |
| 3 | 5.000,00 | 1.700,00 | 2.500,00 | 4.200,00 |
| 4 | 2.500,00 | 850,00 | 2.500,00 | 3.350,00 |

FONTE: o autor.

Note que o valor da amortização $A_t$ é o quociente do principal pelo número de parcelas que se deseja obter. Os juros $J_t$ são o produto da taxa de juro sobre o saldo devedor do mês em questão e o valor da prestação é calculado pela soma dos valores dos juros com o da amortização. Nesse sistema, o valor das prestações decresce ao longo do plano de pagamento.

Segundo Zentgraf (2010, p. 70), aqui cabem algumas observações:

> - como as amortizações são constantes e positivas, o saldo devedor cairá de forma constante e gradativa;
> - como o saldo devedor é decrescente ao longo do tempo, os juros pagos em cada prestação também são decrescentes ao longo do tempo;
> - como cada prestação equivale à soma dos juros com a amortização, as prestações do SAC também serão decrescentes.

### 2.7.2 Sistema Prestações Constantes (Tabela Price).

De acordo com Samanez, (2002, p.208), este sistema de amortização:

> [...] caracteriza-se por pagamentos do principal em prestações iguais, periódicas e sucessivas. É o mais utilizado pelas instituições financeiras e pelo comércio em geral. Como os juros incidem sobre o saldo devedor que, por sua vez, decresce à medida que as prestações são pagas, eles são decrescentes e, consequentemente, as amortizações do principal são crescentes.

Para a determinação do valor das prestações, utilizaremos a relação (2.6.3). Com esse valor determinado, em cada período do financiamento, vale a relação:

$$AMORTIZAÇÃO = PRESTAÇÃO - JUROS, \qquad (2.7.2.1)$$

onde a prestação é constante dada por (2.6.3).

Os juros cobrados incidem sobre o saldo devedor do referido período. O saldo devedor é atualizado, subtraindo o valor da amortização do período anterior em cada fase do financiamento.

Resolveremos o mesmo problema apresentado no quadro 9, que foi resolvido pelo SAC na tabela 2 resolvido acima pelo SAC, a fim de que possamos estabelecer comparações entre os sistemas Price e SAC.

$$P = \frac{10.000{,}00 \times 0{,}34 \times 1{,}34^4}{1{,}34^4 - 1} = R\$\ 4.928{,}65.$$

A partir do valor encontrado acima, considere a tabela a seguir:

**Tabela 3 –** Cálculo das prestações de empréstimo de R$ 10.000,00 em 4 prestações semestrais a juro de 34% ao semestre, pela Tabela Price (Valores em R$).

| **Período semestral (t)** | **Saldo Devedor ($SD_{t-1}$=$SD_{t-1}$-$A_t$)** | **Pagamento** | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **Juros ($J_t = 0{,}34 \times SD_{t-1}$)** | **Amortização ($A_t = P_t - J_t$)** | **Prestação ($P_t$)** |
| 0 | 10.000,00 | --- | --- | --- |
| 1 | 8.471,35 | 3.400,00 | 1.528,65 | 4.928,65 |
| 2 | 6.422,95 | 2.880,26 | 2.048,40 | 4.928,65 |
| 3 | 3.678,10 | 2.183,80 | 2.744,85 | 4.928,65 |
| 4 | 0,00 | 1.250,55 | 3.678,10 | 4.928,65 |

FONTE: o autor.

Realizado o cálculo da prestação, este valor é invariável na tabela. Os juros são obtidos multiplicando a taxa pelo saldo devedor do período anterior e a amortização pela subtração dos juros do valor da prestação. Assim, para o próximo período, subtraímos a amortização do saldo devedor e repetimos o procedimento para finalizar a composição da Tabela Price.

Segundo Zentgraf (2010, p.70), há algumas observações a fazer:

> - como as prestações são sempre maiores do que os juros, a amortização é sempre positiva, fazendo com que o saldo devedor caia gradativamente;
> - como o saldo devedor é decrescente ao longo do tempo, os juros pagos em cada prestação também é decrescente ao longo do tempo.
> - como no Sistema Price as prestações são constantes, a fórmula $\boxed{\text{AMORTIZAÇÃO} = \text{PRESTAÇÃO} - \text{JUROS}}$ faz com que as amortizações sejam crescentes ao longo do tempo.

O que se pode perceber é que, tanto no sistema Price quanto no SAC, o somatório das amortizações é igual a R$ 10.000,00, ou seja, ao final de cada plano a dívida encontra-se quitada, desde que cada prestação seja paga de acordo com o combinado.

Em termos de valores, podemos verificar que o valor das prestações iniciais são maiores e decrescem ao longo dos pagamentos no SAC, e é por isso que é utilizado principalmente em financiamentos imobiliários[2], visto que, como o futuro é incerto, é mais provável que o endividado consiga honrar as prestações, uma vez que o financiamento só é concedido caso o interessado consiga pagar as prestações maiores que são as do início do financiamento. Logo, se no início ele consegue pagar as prestações que são maiores, provavelmente conseguirá pagar as prestações do final do contrato, que são menores.

Em valores absolutos, o somatório do valor das prestações do sistema SAC é menor que o somatório das prestações do sistema Price. Neste caso estudado, no SAC, o valor total pago foi R$ 18.500,00, enquanto que no Sistema de Prestações Constantes, foi R$ 19.714,61. No entanto, tal análise deve ser feita com cautela porque ambos os sistemas são equivalentes no mesmo referencial, porque não devemos esquecer que o dinheiro tem diferentes valores no tempo.

## 2.8 Inflação: o conceito de variação real

O estudo de matemática financeira costuma ser realizado como se os preços das coisas fossem constantes ao longo do tempo. Porém, isso de fato não ocorre e o interesse aqui é observar como se dá a variação do preço das coisas e como isso pode afetar as nossas contas. Basta ir a uma loja ou supermercado em dois períodos distintos e, muito provavelmente, o preço de um determinado produto terá mudado.

De acordo com Zentgraf (2010, p. 31-32), para se calcular o custo a se pagar *C*, por uma determinada quantidade de um produto temos:

$$\mathrm{C} = \mathrm{P} \times \mathrm{Q}, \qquad (2.8.1)$$

onde $P$ é o preço do produto e $Q$ é a quantidade a ser adquirida. Se um mês depois a pessoa voltar ao mesmo local e comprar o mesmo produto, mas pagar um valor

[2] O plano de pagamento que a Caixa Econômica Federal utiliza em seus financiamentos é o SAC novo na maioria dos casos, que atualiza uma vez ao ano o saldo devedor pela Taxa Referencial (TR).

diferente, essa variação pode ser resultado de uma variação de preço ou de uma modificação da quantidade do produto.

Denominando $V$ a taxa de variação do valor para um determinado intervalo de tempo e $\mathrm{v}$ a taxa de variação da variável correspondente, tem-se:

$$\mathrm{V} = \mathrm{V}_{-1} \times (1 + \mathrm{v}), \tag{2.8.2}$$

onde o $V$ denota o valor do produto na data de hoje e $V_{-1}$ o valor do produto um mês atrás.

Analogamente, representemos por $p$ e $q$ as taxas de variação dos produtos $P$ e $Q$, respectivamente, que custavam $\mathrm{P}_{-1}$ e $Q_{-1}$ um mês atrás. Assim, teremos:

$$\mathrm{P} = \mathrm{P}_{-1} \times (1 + \mathrm{p}), \tag{2.8.3}$$

e

$$\mathrm{Q} = Q_{-1} \times (1 + \mathrm{q}), \tag{2.8.4}$$

Substituindo os termos (2.8.2) a (2.8.4) em (2.8.1), temos:

$$\mathrm{V}_{-1} \times (1 + \mathrm{v}) = [\mathrm{P}_{-1} \times (1 + \mathrm{p})] \times [\mathrm{Q}_{-1} \times (1 + \mathrm{q})] \tag{2.8.5}$$

Simplificando os termos com defasagem, se $V = P \times Q$, então $V_{-1} = P_{-1} \times Q_{-1}$, portanto:

$$1 + \mathrm{v} = (1 + \mathrm{p}) \times (1 + \mathrm{q}). \tag{2.8.6}$$

Logo:

$$v = (1 + p) \times (1 + q) - 1, \tag{2.8.7}$$

o que, conhecidos $v$ e $p$, nos permite chegar à taxa de variação como sendo:

$$q = \frac{1+v}{1+p} - 1. \tag{2.8.9}$$

Em suma, (2.8.9) é uma evolução de (2.1.1), uma vez que aqui consideramos uma situação mais complexa que envolve mais de uma variável, enquanto que (2.1.1) considera a evolução simples do preço de um produto ao longo do tempo.

Para entender melhor a aplicação desses conceitos, observe o quadro a seguir:

Caso 1 – Cinco unidades de um produto foram compradas em um mês por R$ 1.100,00. Um mês depois, oito embalagens desse mesmo produto foram compradas por R$ 1.795,20.

Assim, os custos dos preços unitários são:

- no primeiro momento:

$$\frac{R\$\ 1.110{,}00}{5} = R\$\ 220{,}00;$$

- e no segundo momento será:

$$\frac{R\$\ 1.795{,}20}{8} = R\$\ 224{,}40;$$

Temos um aumento no preço de:

$$\frac{R\$\ 224{,}40\ - R\$\ 220{,}00}{R\$\ 220{,}00} = 2\%.$$

Do mesmo modo, temos um aumento nas quantidades adquiridas de 5 para 8, ou seja, um aumento de $\frac{3}{5} = 60\%$.

Isto significa (2.8.7) que o valor aumentou

$$v = 1{,}02 \times 1{,}6 - 1 = 63{,}2\%.$$

Caso 2 – Em uma determinada cidade o preço da passagem de ônibus foi reajustada de um ano para outro, de R$ 2,30 para R$ 2,40. No mesmo período, a inflação acumulada foi de 5,84%.

Podemos ver que a taxa de aumento da passagem foi de

$$\frac{R\$\ 2{,}40 - R\$\ 2{,}30}{R\$\ 2{,}30} \cong 4{,}35\%.$$

Por (2.8.9) isto significa em termos reais, deflacionando os valores dados pela inflação a variação do faturamento foi de

$$q = \frac{1{,}0435}{1{,}0584} - 1 \cong -1{,}41\%.$$

QUADRO 10: Cálculo da evolução do valor dos produtos
FONTE: o autor.

No caso 1, podemos observar que o valor da compra aumentou aproximadamente 63,2%, visto que temos um valor maior de quantidades adquiridas, mas que esse aumento não foi da ordem de 60%, como representa a quantidade aumentada. No caso 2, apesar do aumento de aproximadamente 4,35% no preço da passagem, podemos observar, comparado à taxa da inflação, que a empresa de transporte coletivo teve uma perda de 1,41% em sua arrecadação[3].

## 2.9 A Álgebra da acumulação de Capital

Consideremos a afirmação de Zentgraf (2010, p. 122-123) sobre o valor de contribuição $P$ por um prazo $T$ para retiradas de uma aposentadoria complementar $C$ por um período de duração $N$:

> A melhor forma de entender o que vai ser explicado a seguir é começar pensando o que aconteceria se a aposentadoria complementar fosse resultado da acumulação prévia de alguma poupança em um sistema financeiro sem juros, no qual os bancos servissem apenas para guardar dinheiro, protegendo este do risco de roubo. Nesse mundo simplificado, as pessoas depositariam periodicamente uma contribuição $\mathrm{P}$ por um prazo definido $\mathrm{T}$. Decorrido esse prazo e supondo ausência de inflação, as mesmas pessoas fariam retiradas correspondentes a uma aposentadoria complementar $\mathrm{C}$, que seria recebida por um período de duração $\mathrm{N}$. Na ausência de perdas ou ganhos para o banco, os dois termos da equação teriam de se igualar [...].

Desse modo, teríamos a equação:

$$P \times T = C \times N.$$

Isso faria da aposentadoria complementar algo trivial, dada por

$$C = \frac{P \times T}{N}.$$

Assim, uma aposentadoria complementar seria maior quanto fosse o tempo de contribuição e o valor dessas contribuições.

No entanto, como no “mundo real” os juros existem, os cálculos ficam mais complexos. Ainda desconsideraremos a inflação, mas para sanar parte de seus

---

[3] É importante observar que a inflação é calculada sobre a evolução de diversos produtos e serviços e que para analisar o preço do combustível seria importante realizar análise da evolução dos custos que compõe as despesas sobre o transporte coletivo. Sendo assim, a inflação foi utilizada apenas como referencial explicativo.

efeitos, basta capitalizar cada contribuição $P$ periodicamente para que o dinheiro que irá se acumular ao longo do tempo tenha o mesmo poder de compras que se tem hoje.

Para fazer os cálculos dessa nova situação considerando uma taxa de juros $i$, basta pensar que a primeira contribuição sofrerá $T-1$ capitalizações, a segunda sofrerá $T-2$, e assim por diante, até encerrar o período $T$, pois daqui há um mês será feito o primeiro depósito:

$$P \times (1+i)^{T-1} + P \times (1+i)^{T-2} + \cdots + P \times (1+i)^1 + P = A, \quad (2.9.1)$$

onde $A$ é o valor acumulado durante esse tempo.

O primeiro membro da equação (2.9.1) é uma soma finita de uma progressão geométrica, onde o primeiro termo é $P$, a razão é $1+i$ e $T$ é o número de termos. Assim, temos

$$A = \frac{P}{i} \times [(1+i)^T - 1. \quad (2.9.2)$$

Fazendo $P = C$ na equação (2.6.3) onde $C$ é o valor da aposentadoria complementar por um período de duração $N$, teríamos

$$A = \frac{C \times \left[(1+i)^N - 1\right]}{i \times (1+i)^N}. \quad (2.9.3)$$

Igualando as equações (2.9.2) e (2.9.3) temos

$$\frac{P}{i} \times [(1+i)^T - 1] = \frac{C \times [(1+i)^N - 1]}{i \times (1+i)^N},$$

o que resulta em,

$$P = \frac{C \times [(1+i)^N - 1]}{(1+i)^N \times [(1+i)^T - 1]}. \quad (2.9.4)$$

A utilização de (2.9.4) permite que se faça um prognóstico do valor da contribuição mensal $P$ para obter a aposentadoria complementar desejada. Para tanto, basta definir a taxa de rendimento $i$, o valor da aposentadoria complementar $C$ e os períodos $T$ e $N$, pelos quais se deseja contribuir e resgatar, respectivamente.

Caso a pessoa queira fazer retiradas de R$ 2.000,00 mensais, por (2.9.4), temos:

$$P = \frac{R\$\,2.000{,}00 \times [(1{,}0065)^{240} - 1]}{(1{,}0065)^{240} \times [(1{,}0065)^{360} - 1]} = R\$\,169{,}58.$$

Como o valor acumulado, por (2.9.2) será de

$$A = \frac{169{,}58}{0{,}0065} \times [(1{,}0065)^{360} - 1] = R\$\,242.706{,}15.$$

Caso a pessoa queira fazer retiradas apenas dos juros correspondentes, poderá sacar mensalmente o valor de

$$R\$\,242.706{,}15 \times 0{,}0065 = R\$\,1.577{,}60$$

QUADRO 11: Determinação do valor da contribuição mensal, a uma taxa de juros de 0,65% ao mês, de uma pessoa de 30 anos que pretende se aposentar aos 60 e obter rendimentos de R$ 2.000,00, durante 20 anos ou aproveitar o rendimento do capital acumulado.
FONTE: o autor.

Com o quadro 11, podemos observar que o valor das contribuições seria de R$ 169,58 durante 30 anos. Como os juros compostos trabalhariam a favor dessa pessoa, ela poderia fazer após esse prazo, retiradas no valor de R$ 2.000,00, durante 20 anos.

# 3 APLICAÇÃO EM SALA DE AULA

## 3.1 Jogo "Banco Imobiliário"

Segundo Cerbasi, (2004, P. 93) "a educação financeira pode começar com jogos que envolvam decisões de compra e acumulação de dinheiro. Um clássico de jogos desse tipo é o Banco Imobiliário[4]." Neste jogo, os alunos poderão passar por situações iguais à vida real, pois são muitos os casos conhecidos onde pessoas acumularam dinheiro e investiram em imóveis.

Trata-se de um jogo de tabuleiro que tem um funcionamento simples: todos iniciam com uma quantia de dinheiro definida, devem lançar dados e se locomover no tabuleiro de acordo com o número de casas indicadas no dado. Na medida em que eles vão avançando no jogo, devem tomar decisões de compra ou não dos locais onde pararam. Se decidirem comprar, pegam um certificado de propriedade e toda vez que outro jogador parar na casa, a qual um dos jogadores tenha este certificado, deverá ser pago o aluguel nele indicado ao portador do certificado. Toda vez que algum jogador completar uma volta no tabuleiro, receberá mais uma quantia, a ser incorporada em seu capital.

Como as salas possuem seis equipes com seis alunos cada, foi dado um jogo similar ao banco imobiliário para cada uma delas. O interessante é que, das duas salas onde o jogo foi aplicado, apenas 8 alunos de um total de 72 já haviam jogado. Por essa falta de conhecimento da maioria, o jogo teve uma dinâmica de descoberta, uma vez que os alunos tiveram que desenvolver uma estratégia para ter sucesso no jogo.

Por ser um número elevado de jogadores, o jogo foi bem interessante: alguns alunos compravam todas as propriedades em que paravam, outros não compravam porque queriam guardar dinheiro, e outros observavam o valor do imóvel ou companhia em questão, analisavam e decidiam se compravam ou não.

Na medida em que a partida se desenrolava, se um jogador parasse em um lugar do tabuleiro a qual ele tinha certificado de propriedade, existia a possibilidade de se colocar uma casa, e na próxima rodada mais uma casa e na existência de

[4] Versão brasileira do jogo Monopoly, que apresenta dezenas de variantes sobre o mesmo tema.

duas casas um hotel, por valores bem menores do que comprar um novo certificado de propriedade. Do ponto de vista dos valores que se tinha em mãos, observou-se que os alunos começaram a investir mais nas propriedades que cada um tinha, porque o valor do aluguel de uma casa era maior do que o valor de um novo certificado de propriedade, ou seja, o jogo simulava situações nas quais eles tinham que tomar decisões parecidas com a realidade.

O que se pôde observar foi que dependendo da escolha pessoal de cada jogador, uns foram conseguindo acumular mais dinheiro que os outros e outros foram perdendo o dinheiro que tinham a ponto de ter que hipotecar suas propriedades ao banco pelo valor de hipoteca no inferior do certificado de propriedade. Uma vez que uma cidade estava hipotecada, qualquer jogador que parasse sobre ela poderia pagar sua hipoteca ao banco, podendo compra-la para si.

Na medida que o jogo ia transcorrendo, alguns jogadores foram perdendo todo o seu dinheiro e outros foram acumulando mais riquezas: seja pelos valores de aluguel recebido, seja pelo número de voltas que se dava no tabuleiro.

Ao final da aula, foram considerados perdedores os jogadores que não tinham mais dinheiro e os jogadores que ainda não tinham sido eliminados, conforme as instruções do jogo, venderam suas propriedades ao banco pelo valor da hipoteca de cada propriedade. O aluno que acumulou mais dinheiro foi considerado o vencedor.

Sobre o jogo, os alunos foram convidados a refletir sobre o motivo que fez determinada pessoa ganhar e a outra perder. O que se concluiu é que a sorte foi um fator menos importante do que a estratégia. Segundo Cerbasi (2006, p.132):

> [...] quem já passou pela experiência de jogá-lo durante horas e horas percebeu que é um jogo financeiro genuinamente estratégico. A sorte pesa pouco na vitória. Após algumas rodadas, passa a ser um jogo em que a estratégia de investimento dos participantes é decisiva para ganhar. Cada jogador precisa decidir se investe ou não em terrenos e empresas de serviços, se investe ou não na construção de imóveis em seu terreno para aumentar sua renda de aluguéis, ou se substitui imóveis populares por edifícios comerciais. [...] É tão eficiente do ponto de vista de formação para o empreendedorismo que nos Estados unidos e no Canadá existem lojas que vendem variações do Monopoly para todos os bolsos.

## 3.2 Compras com cartão de crédito

De acordo com notícias veiculadas ao telejornal “Bom dia Brasil”, da Rede Globo de Televisão, em 12 de setembro de 2012, o brasileiro paga até 12 vezes mais juros do que europeus ou americanos com o cartão de crédito, uma vez que nos Estados Unidos e na Europa, se paga, em média, 16% ao ano, e aqui, se paga, em média 192,94% ao ano. Na mesma edição desse telejornal, um determinado cidadão que foi entrevistado pediu empréstimo consignado de R$ 1.800,00, em 2009. Na mesma oportunidade, o banco ofereceu um cartão de crédito, com débito automático. No entanto, o valor mensal debitado em conta era sempre o valor mínimo para pagamento, e a dívida começou a se acumular. Foram mais de dois anos pagando R$ 120,00 por mês, mas ele continuava devendo. 30 meses depois, ele já havia pago mais de R$ 3.000,00 pela dívida adquirida, mas continuava devendo um valor superior ao que tinha feito de empréstimo. Nessa altura, esse cidadão se via sem saída e resolveu entrar na justiça já que a dívida se arrastava e nunca era possível quitá-la.

De acordo com Halfeld (2007, p. 123):

> O crédito é um dos melhores instrumentos para o desenvolvimento social de um país. Mas as atuais taxas de juros oferecidas aos consumidores brasileiros tem um efeito contrário, levando milhares de famílias ao desespero.

O que aconteceu com esse cidadão que foi entrevistado não é diferente do que acontece com milhares de brasileiros que usam cartão de crédito e se empolgam pela vontade de consumir, mas não medem as consequências de uma escolha errada. De acordo com a Associação Nacional dos Executivos das Finanças, Administração e Contabilidade (ANEFAC), as taxas de juros das operações de crédito vêm numa crescente, e seus valores são dados na tabela que segue:

**Tabela 4 –** Taxas de juro para pessoa física

| **Linha de crédito** | **Junho de 2013** | | **Julho de 2013** | | **Variação (%)** | **Variação (%)** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Taxa mês** | **Taxa ano** | **Taxa mês** | **Taxa ano** | | |
| Juros comércio | 4,08% | 61,59% | 4,10% | 61,96% | 0,49 | 0,02 |
| Cartão de crédito | 9,37% | 192,94% | 9,37% | 192,94% | 0 | 0 |
| Cheque especial | 7,73% | 144,37% | 7,77% | 145,46% | 0,52 | 0,04 |
| CDC – bancos-financiamento de automóveis | 1,53% | 19,99% | 1,58% | 20,70% | 3,27 | 0,05 |
| Empréstimo pessoal-bancos | 3,04% | 43,24% | 3,08% | 43,91% | 1,32 | 0,04 |
| Empréstimo pessoal-financeiras | 6,96% | 124,21% | 6,99% | 124,97% | 0,43 | 0,03 |
| Taxa Média | 5,45% | 89,04% | 5,48% | 89,69% | 0,55 | 0,03 |

FONTE: ANEFAC

Ainda, de acordo com o telejornal, em agosto de 2012, 6 em cada 10 famílias estavam endividadas e 72,3% dos que tinham dívidas deviam justamente ao cartão de crédito.

Hoje em dia é comum ver lojas oferecendo pagamentos parcelados em 10 vezes sem juros no cartão de crédito. Também é comum acontecer, no caso da decisão de comprar à vista, que os vendedores neguem o desconto. Segundo Cerbasi (2004, p.47):

> Não existe 10 vezes sem juros. Se o lojista se recusa a dar o desconto à vista visitem um concorrente e negociem. Sempre haverá alternativa mais barata que qualquer falso pagamento sem juros, pois os juros estão embutidos de alguma forma.

Tal afirmação é verdadeira porque todas as vezes que uma empresa vende pelo cartão de crédito paga uma taxa, que pode chegar a 6% por transação, de acordo com a revista Exame, à operadora do cartão. Sendo assim, pelo menos essa proporção é possível barganhar de desconto.

Dentro dessa ótica, em sala de aula foi proposta uma situação bastante comum hoje em dia. O cidadão vai a uma loja na pretensão de comprar uma TV Slim 40 polegadas de uma determinada marca. No site de uma grande loja de departamentos, essa televisão é anunciada nas seguintes condições:

**Figura 2 –** Anúncio de Televisão em loja virtual


FONTE: www.casasbahia.com.br

Nessa loja, ele possui algumas formas de pagar: à vista, parcelado pelo carnê da loja, ou 12 vezes sem juros no cartão de crédito.

Sendo assim, os alunos deveriam fazer algumas análises, que são colocadas a seguir para pagamento à vista:

| | |
|---|---|
| Preço da televisão: | R$ 1.899,90 |
| Preço à vista: | R$ 1.804,90 |
| Desconto: | R$ 95,00 |

Dessa forma, a taxa de desconto será:

$$i = \frac{95}{1.899,90} \cong 0,05 \cong 5\%$$

QUADRO 12: Determinação da taxa de desconto da televisão para pagamento online ou boleto bancário.
FONTE: o autor.

Dado que todas as empresas que possibilitam ao consumidor pagar suas contas com cartão de crédito têm que pagar até 6% de taxa sobre as operações realizadas, nota-se que a loja em questão está dando um desconto inferior ao que teria que pagar para a operadora do cartão de crédito, ou seja, como a televisão será vendida sem usar o cartão de crédito, a pessoa que está efetuando a compra poderia pedir no mínimo, o desconto de até 6%, que é dado no quadro a seguir:

| | |
|---|---|
| Preço da televisão: | R$ 1.899,90. |
| Desconto de 6%: | $1.899{,}90 \times 0{,}06 = 113{,}99$. |
| Preço à vista (em R$): | $1.899{,}90 - 113{,}99 = 1785{,}91$. |

QUADRO 13: Cálculo da TV à vista com desconto de 6%
FONTE: o autor.

Pelo quadro a cima, podemos observar que no mínimo, o valor à vista da televisão deveria ser de R$ 1.785,91.

A situação mais absurda é aquela em que não se dá desconto algum, e neste caso, seria mais interessante depositar o valor de R$ 1.899,90 numa simples aplicação que renda 0,65% ao mês, como podemos verificar na tabela a seguir:

**Tabela 5 –** Simulação de depósito do valor da TV, sem desconto, em aplicação de rendimento 0,65% ao mês.

| Mês | Saque para pagamento da prestação (em R$) | Valor depositado (em R$) | Rendimento de 0,65% ao mês (em R$) | Montante acumulado o final do mês (em R$) |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,00 | 1.899,90 | 12,35 | 1.912,25 |
| 1 | 158,32 | 1.753,93 | 11,40 | 1.765,33 |
| 2 | 158,32 | 1.607,01 | 10,45 | 1.617,46 |
| 3 | 158,32 | 1.459,14 | 9,48 | 1.468,62 |
| 4 | 158,32 | 1.310,30 | 8,52 | 1.318,82 |
| 5 | 158,32 | 1.160,50 | 7,54 | 1.168,04 |
| 6 | 158,32 | 1.009,72 | 6,56 | 1.016,28 |
| 7 | 158,32 | 857,96 | 5,58 | 863,54 |
| 8 | 158,32 | 705,22 | 4,58 | 709,80 |
| 9 | 158,32 | 551,48 | 3,58 | 555,07 |
| 10 | 158,32 | 396,75 | 2,58 | 399,33 |
| 11 | 158,32 | 241,01 | 1,57 | 242,57 |
| 12 | 158,32 | 84,25 | 0,55 | 84,80 |

FONTE: o autor.

Dessa forma, podemos verificar que, ao invés do pagamento à vista, seria interessante realizar o depósito desse dinheiro e ao final do período de 12 meses haveria uma sobra de dinheiro no valor de R$ 84,80.

Note que, de acordo com a tabela abaixo, nessa situação, não é interessante realizar o depósito do valor que seria pago à vista na aplicação financeira, visto que são feitas retiradas mensais a fim de pagar a prestação do cartão de crédito:

**Tabela 6 –** Simulação de depósito do valor da TV, com desconto de 5%, em aplicação financeira de rendimento 0,65% ao mês.

| Mês | Saque para pagamento da prestação (em R$) | Valor depositado (em R$) | Rendimento de 0,65% ao mês (em R$) | Montante acumulado o final do mês (em R$) |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,00 | 1804,90 | 11,73 | 1816,63 |
| 1 | 158,32 | 1658,31 | 10,78 | 1669,09 |
| 2 | 158,32 | 1510,77 | 9,82 | 1520,59 |
| 3 | 158,32 | 1362,27 | 8,85 | 1371,13 |
| 4 | 158,32 | 1212,81 | 7,88 | 1220,69 |
| 5 | 158,32 | 1062,37 | 6,91 | 1069,27 |
| 6 | 158,32 | 910,95 | 5,92 | 916,88 |
| 7 | 158,32 | 758,56 | 4,93 | 763,49 |
| 8 | 158,32 | 605,17 | 3,93 | 609,10 |
| 9 | 158,32 | 450,78 | 2,93 | 453,71 |
| 10 | 158,32 | 295,39 | 1,92 | 297,31 |
| 11 | 158,32 | 138,99 | 0,90 | 139,89 |
| 12 | 158,32 | -18,43 | -0,12 | -18,55 |

FONTE: o autor.

Caso o consumidor não tenha o dinheiro em mãos e não tenha acesso a cartões de crédito, poderia optar pela modalidade do crediário da loja. Pelo *realese* da ANEFAC, em julho de 2013, os juros de comércio estavam sendo cobrados, em média, 4,1%. Dessa forma, podemos efetuar o parcelamento nas mesmas condições do cartão de crédito considerando $P$ o valor da prestação. Realizaremos duas simulações: a primeira será o parcelamento em 12 valores iguais, com primeiro pagamento 30 dias após o ato da compra; na segunda, 12 valores iguais, com primeiro pagamento no ato da compra:

Situação 1 – Usando a equação (2.6.1) a aquisição da televisão em 12 vezes iguais, com primeiro pagamento 30 dias após a compra:

$$1.899{,}90 = \frac{P}{1{,}041} + \frac{P}{1{,}041^2} + \frac{P}{1{,}041^3} + \frac{P}{1{,}041^4} + \frac{P}{1{,}041^5} + \frac{P}{1{,}041^6} + \frac{P}{1{,}041^7} + \frac{P}{1{,}041^8} + \frac{P}{1{,}041^9} + \frac{P}{1{,}041^{10}} + \frac{P}{1{,}041^{11}} + \frac{P}{1{,}041^{12}}.$$

Daí, temos por (2.6.3)

$$P = \frac{1.899{,}90 \times 0{,}041 \times (1{,}041)^{12}}{(1{,}041)^{12} - 1} = 203{,}61.$$

Valor total pago:

$$12 \times \text{ R\$ } 203{,}61 = \text{ R\$ } 2.443{,}32.$$

Situação 2 - aquisição da televisão em 12 vezes iguais, com primeiro pagamento no ato da compra:

$$1.899{,}90 = P + \frac{P}{1{,}041} + \frac{P}{1{,}041^2} + \frac{P}{1{,}041^3} + \frac{P}{1{,}041^4} + \frac{P}{1{,}041^5} + \frac{P}{1{,}041^6} + \frac{P}{1{,}041^7} + \frac{P}{1{,}041^8} + \frac{P}{1{,}041^9} + \frac{P}{1{,}041^{10}} + \frac{P}{1{,}041^{11}}.$$

Daí, temos

$$P = \frac{1.899{,}90 \times 0{,}041 \times (1{,}041)^{11}}{(1{,}041)^{12} - 1} = 195{,}60.$$

Valor total pago:

$$12 \times \text{ R\$ } 195{,}60 = \text{ R\$ } 2.347{,}20.$$

QUADRO 14: Cálculo de prestação em crediário de loja, com taxa de juros de 4,1% ao mês, com entrada e sem entrada.
FONTE: o autor.

Assim, pela tabela acima, fica claro que entre as opções estudadas que o crediário de loja é a pior opção possível, visto que a taxa de juros praticada pelo comércio, sendo de 4,1% é bem superior, por exemplo, à da poupança.

Agora observe o que ocorre quando se compra em 12 vezes sem juros no cartão de crédito e se paga apenas a parcela mínima, que em geral é fixado em 20% do valor da fatura, de acordo com o InfoMoney. Utilizaremos, para efeitos de cálculo, a taxa de juros de 9,37%, apontado pela ANEFAC, em julho de 2013, como taxa média para pessoas físicas. Vale ressaltar que esse é um valor médio e que as taxas podem variar de banco para banco.

**Tabela 7 –** Pagamento da fatura mínima do cartão de crédito.

| Mês | Dívida (em R$) | Prestação da TV (em R$) | Juro mensal (9,37% em R$) | Montante da dívida (em R$) | Parcela mínima (20% em R$) | Dívida acumulada (em R$) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,00 | 158,32 | 14,83 | 173,15 | 34,63 | 138,52 |
| 1 | 138,52 | 158,32 | 27,81 | 324,66 | 64,93 | 259,73 |
| 2 | 259,73 | 158,32 | 39,17 | 457,22 | 91,44 | 365,77 |
| 3 | 365,77 | 158,32 | 49,11 | 573,20 | 114,64 | 458,56 |
| 4 | 458,56 | 158,32 | 57,80 | 674,68 | 134,94 | 539,75 |
| 5 | 539,75 | 158,32 | 65,41 | 763,48 | 152,70 | 610,78 |
| 6 | 610,78 | 158,32 | 72,06 | 841,16 | 168,23 | 672,93 |
| 7 | 672,93 | 158,32 | 77,89 | 909,14 | 181,83 | 727,31 |
| 8 | 727,31 | 158,32 | 82,98 | 968,62 | 193,72 | 774,89 |
| 9 | 774,89 | 158,32 | 87,44 | 1020,65 | 204,13 | 816,52 |
| 10 | 816,52 | 158,32 | 91,34 | 1066,19 | 213,24 | 852,95 |
| 11 | 852,95 | 158,32 | 94,76 | 1106,03 | 221,21 | 884,82 |
| 12 | 884,82 | 158,32 | 97,74 | 1140,88 | 228,18 | 912,71 |

FONTE: o autor.

Podemos observar que ocorre um descontrole da dívida, pois o valor da fatura mínima é inferior ao valor da prestação inicial da televisão apenas nas 4 primeiras parcelas, sendo que a última parcela mínima é 44,13% maior do que seria a prestação dela caso o comprador a tivesse pago integralmente desde o início, e além disso, o valor da dívida acumulada ao final dos 12 meses é de R$ 912,71, o que corresponde a 51,96% da dívida adquirida.

Estando nessa situação, se não houver possibilidade dessa pessoa endividada quitar a dívida acumulada, continuarão sendo cobrados juros rotativos e a tendência é que essa dívida se estenda. Sendo assim, economistas sugerem que seja adquirido um empréstimo consignado para a quitação das dívidas.

De acordo com o Banco Central (citado pela revista EXAME), as taxas nessa modalidade estavam variando de 1,78% a 6,95% para celetistas, em agosto de 2013. Dessa forma, utilizaremos a menor taxa para realizar simulação e posterior comparação.

Situação 1 – Pagamento em 4 prestações:

$$912{,}71 = \frac{P}{1{,}0178} + \frac{P}{1{,}0178^2} + \frac{P}{1{,}0178^3} + \frac{P}{1{,}0178^4}.$$

Daí, temos

$$P = \frac{912{,}71 \times 0{,}0178 \times (1{,}0178)^4}{(1{,}0178)^4 - 1} = 238{,}42.$$

Valor total pago:

$$4 \times \text{R\$ } 238{,}42 \ = \ \text{R\$ } 953{,}68.$$

Situação 2 – Pagamento em 5 prestações:

$$912{,}71 = \frac{P}{1{,}0178} + \frac{P}{1{,}0178^2} + \frac{P}{1{,}0178^3} + \frac{P}{1{,}0178^4} + \frac{P}{1{,}0178^5}.$$

Daí, temos

$$P = \frac{912{,}71 \times 0{,}0178 \times (1{,}0178)^5}{(1{,}0178)^5 - 1} = 192{,}40.$$

Valor total pago:

$$5 \times \ \text{R\$ } 192{,}40 \ = \ \text{R\$ } 962{,}00.$$

QUADRO 15: Determinação de valor de prestação de crédito consignado, a taxa de 1,78% ao mês, em 4 e 5 parcelas.
FONTE: o autor.

No entanto, não são todas as empresas que possibilitam a seus funcionários essa modalidade de crédito e existem muitos trabalhadores informais que não possuem acesso a esse tipo de crédito. Desta forma, estes devem recorrer a empréstimos mais baratos do que o cartão de crédito. Pela tabela 4.1, as taxas de juro para pessoa física para empréstimo pessoal estavam em torno de 3,08%. Dessa forma, consideremos o quadro a seguir:

Situação 1 – Pagamento em 4 prestações:

$$912{,}71 = \frac{P}{1{,}0308} + \frac{P}{1{,}0308^2} + \frac{P}{1{,}0308^3} + \frac{P}{1{,}0308^4}.$$

Daí, temos

$$P = \frac{912{,}71 \times 0{,}0308 \times (1{,}0178)^4}{(1{,}0308)^4 - 1} = 246{,}01.$$

Valor total pago:

$$4 \times \text{ R\$}246{,}01 \; = \; \text{R\$ } 984{,}04.$$

Situação 2 – Pagamento em 5 prestações:

$$912{,}71 = \frac{P}{1{,}0308} + \frac{P}{1{,}0308^2} + \frac{P}{1{,}0308^3} + \frac{P}{1{,}0308^4} + \frac{P}{1{,}0308^5}.$$

Daí, temos

$$P = \frac{912{,}71 \times 0{,}0308 \times (1{,}0308)^5}{(1{,}0308)^5 - 1} = 199{,}75.$$

Valor total pago:

$$5 \times \text{ R\$ } 199{,}75 \; = \; \text{R\$ } 998{,}75.$$

QUADRO 16: Determinação de valor de prestação de empréstimo pessoal, a taxa de 3,08% ao mês, em 4 e 5 parcelas.

FONTE: o autor.

Os cálculos foram feitos em 4 e 5 prestações porque em ambos os casos os valores das prestações ficam próximos aos últimos valores pagos pela pessoa na fatura mínima do cartão de crédito.

Agora observemos a tabela a seguir, com comparativo dos valores calculados em 4 e 5 prestações, nas modalidades de crédito consignado e empréstimo pessoal, com a evolução da dívida do cartão de crédito.

**Tabela 8 –** Simulação dos valores calculados das prestações do crédito consignado e do empréstimo pessoal em 4 e 5 prestações, na continuidade do pagamento do cartão de crédito.

| Mês | | Dívida (em R$) | Juro mensal (9,37% em R$) | Montante da dívida (em R$) | Valor pago (em R$) | Total da dívida (em R$) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Crédito Consignado 4 prestações | 1 | 912,71 | 85,52 | 998,23 | 238,42 | 759,81 |
| | 2 | 759,81 | 71,19 | 831,01 | 238,42 | 592,59 |
| | 3 | 592,59 | 55,53 | 648,11 | 238,42 | 409,69 |
| | 4 | 409,69 | 38,39 | 448,08 | 238,42 | 209,66 |
| | | | | | | |
| Crédito Consignado 5 prestações | 1 | 912,71 | 85,52 | 998,23 | 192,40 | 805,83 |
| | 2 | 805,83 | 75,51 | 881,34 | 192,40 | 688,94 |
| | 3 | 688,94 | 64,55 | 753,49 | 192,40 | 561,09 |
| | 4 | 561,09 | 52,57 | 613,66 | 192,40 | 421,26 |
| | 5 | 421,26 | 39,47 | 460,74 | 192,40 | 268,34 |
| Crédito Pessoal 4 prestações | 1 | 912,71 | 85,52 | 998,23 | 246,01 | 752,22 |
| | 2 | 752,22 | 70,48 | 822,70 | 246,01 | 576,69 |
| | 3 | 576,69 | 54,04 | 630,73 | 246,01 | 384,72 |
| | 4 | 384,72 | 36,05 | 420,77 | 246,01 | 174,76 |
| | | | | | | |
| Crédito Pessoal 5 prestações | 1 | 912,71 | 85,52 | 998,23 | 199,75 | 798,48 |
| | 2 | 798,48 | 74,82 | 873,30 | 199,75 | 673,55 |
| | 3 | 673,55 | 63,11 | 736,66 | 199,75 | 536,91 |
| | 4 | 536,91 | 50,31 | 587,22 | 199,75 | 387,47 |
| | 5 | 387,47 | 36,31 | 423,77 | 199,75 | 224,02 |

FONTE: o autor.

O que se pode observar é que os empréstimos consignado e pessoal são bem mais vantajosos para a quitação da dívida do que continuar pagando a dívida do cartão de crédito, pois na primeira situação, o pagamento de 4 parcelas de R$238,42 ainda deixa uma dívida de R$ 209,66; o pagamento de 5 prestações de R$ 192,40 deixa dívida de R$ 268,43; o pagamento de 4 prestações de R$ 246,01 deixa dívida de R$ 174,76; e o pagamento de 5 prestações de R$ 199,75 deixa dívida de R$ 224,02.

Aqui, parafraseando Cerbasi (2004, p.113):

> [...] apesar das diversas alternativas de ‘dinheiro na mão’, não estou afirmando que os financiamentos são bons negócios! [...] O ideal é fugir dos financiamentos, que só empobrecem as famílias. Quando não houver alternativa, deve-se optar pelo mais barato – sempre. Uma das estratégias fundamentais para a redução de pagamento de juros é a substituição de dívidas. Sempre que puderem, peçam dinheiro emprestado a juros mais baixos para quitar – total ou parcialmente – dívidas mais caras.

Em síntese, tendo conhecimento de tudo isso, é possível que o consumidor possa conversar com a própria administradora do cartão de crédito, mas de forma estudada, e o mais importante é que esse consumidor opte por não adquirir novas dívidas, ou seja, quite àquela e evite a próxima, porque o cartão de crédito tem que ser encarado como um meio de pagamento, e muitas vezes é visto como um meio de financiamento, e essa confusão, custa muito caro.

Esse estudo realizado pelos alunos também pode ser aplicado ao limite que muitos bancos colocam nas contas pessoais, ou seja, o cidadão tem uma conta para recebimento de salário e juntamente com o valor depositado pela empresa no qual ele trabalha é adicionado um valor que corresponde ao “limite” que ele possui, que irá depender do salário dessa pessoa.

É necessário um rígido controle para não considerar aquele valor na conta como seu saldo e entender que aquele valor a mais é um crédito. Pois, caso contrário, se a pessoa for gastando e consumindo, de acordo com o valor que se retira e com o tempo que se fica devendo, começa-se a perder dinheiro com os juros que deverão ser pagos e o cidadão acaba na mesma situação colocada acima, nos estudos realizados com o cartão de crédito, visto que as taxas de juros são semelhantes, em ambos os casos.

## 3.3 Os custos do carro próprio

Um bem de consumo muito desejado pelo brasileiro é o carro próprio. De acordo com a tabela 1, em setembro de 2013 esta modalidade de crédito movimentou 194 bilhões de reais, com aumento de 0,4 bilhões nos três meses anteriores e de 1,6 bilhões nos 12 meses anteriores. Mas será que quando alguém vai comprar um carro calcula todos os custos que estão envolvidos?

Antes de fechar qualquer negócio, é importante fazer as contas para não estourar o orçamento, e nesse caso, não adianta ficar atento apenas ao valor da prestação desse bem porque, novo ou usado, todo carro necessita de manutenção, que gera novos custos.

Segundo Cerbasi (2004, p.77):

> [...] é preciso ter em mente que um automóvel custa muito caro. Em uma economia desprovida de grandes riquezas como a brasileira, posso afirmar com segurança que o automóvel, mesmo popular, é um verdadeiro bem de luxo da classe média.

É importante avaliar as despesas embutidas na aquisição de um veículo. Assim, foi proposta uma atividade individual aos alunos na qual eles precisavam avaliar os custos da aquisição de um veículo popular à vista, e em um segundo momento, os valores de um financiamento desse bem.

Primeiramente, consideremos um veículo popular 1.0 adquirido à vista em uma concessionária por um valor de R$ 30.000,00. Mesmo sendo um carro novo, ele possui custos de manutenção. Desconsideraremos as despesas com emplacamento, pois de qualquer maneira, na aquisição de um veículo usado, o comprador teria despesas com transferência, e na maioria das vezes, estas despesas são dadas como cortesias nas concessionárias e revendas de automóveis. Uma previsão de custos foi listada nas tabelas a seguir[5]:

A tabela 9 indica a previsão com os gastos médios durante o primeiro ano de uso do veículo adquirido:

**Tabela 9 –** Estimativas de despesas com veículo popular 1.0 no primeiro ano de uso.

| Descritivo dos custos | Por mês | Por ano |
|---|---:|---:|
| Seguro (5% ao ano) | 125,00 | 1.500,00 |
| IPVA (3% ao ano) | 75,00 | 900,00 |
| Estacionamento | 150,00 | 1.800,00 |
| Manutenção | 200,00 | 2.400.00 |
| Depreciação prevista (10% ao ano) | 250,00 | 3.000,00 |
| Custo de Oportunidade (6% ao ano) | 150,00 | 1.800,00 |
| Multas e eventualidades | ? | ? |
| Total | 950,00 | 11.400,00 |

FONTE: o autor.

Diante da depreciação prevista, podemos observar que o valor do automóvel, um ano após sua aquisição, é de R$ 27.000,00, e assim sendo, podemos fazer uma nova avaliação do gasto médio do veículo, no segundo ano de uso, conforme a tabela a seguir:

[5] Baseado em estudo realizado por HALFELD (2007, p.9) e CERBASI (2004, p.77) e adaptado à realidade da cidade de Guarapuava.

**Tabela 10 –** Estimativas de despesas com veículo popular 1.0 no segundo ano de uso.

| **Descritivo dos custos** | **Por mês** | **Por ano** |
|---|---|---|
| Seguro (5% ao ano) | 112,50 | 1.350,00 |
| IPVA (3% ao ano) | 67,50 | 810,00 |
| Estacionamento | 150,00 | 1.800,00 |
| Manutenção | 200,00 | 2.400.00 |
| Depreciação prevista (10% ao ano) | 225,00 | 2.700,00 |
| Custo de Oportunidade (6% ao ano) | 159,00 | 1.908,00 |
| Multas e eventualidades | ? | ? |
| Total | 914,00 | 10.968,00 |

FONTE: o autor.

Do segundo para o terceiro ano, o veículo valerá R$ 24.300,00 e a avaliação do gasto médio com o veículo no terceiro ano após a aquisição é a seguinte:

**Tabela 11 –** Estimativas de despesas com veículo popular 1.0 no terceiro ano de uso.

| **Descritivo dos custos** | **Por mês** | **Por ano** |
|---|---|---|
| Seguro (5% ao ano) | 101,25 | 1215,00 |
| IPVA (3% ao ano) | 60,75 | 729,00 |
| Estacionamento | 150,00 | 1800,00 |
| Manutenção | 200,00 | 2400.00 |
| Depreciação prevista (10% ao ano) | 202,50 | 2430,00 |
| Custo de Oportunidade (6% ao ano) | 168,64 | 2022,48 |
| Multas e eventualidades | ? | ? |
| Total | 884,14 | 10597,68 |

FONTE: o autor.

O item custo de oportunidade é um conceito importante da economia quando se está diante de duas opções de investimento. Uma pessoa que compra um carro deixa de investir, por exemplo, seu valor em uma aplicação financeira qualquer[6]. De acordo com Halfeld (2007, p. 12):

> Muitos só sentem o custo de oportunidade quando, na fase madura, depois de terem trabalhado mais de 30 anos, percebem que acumularam um patrimônio muito pequeno. Acontece que perderam a oportunidade de colocar o dinheiro para trabalhar para eles, ou seja, perderam a oportunidade de usufruir de rendimentos de juros, alugueis ou de dividendos que os bons investimentos proporcionam.

Se, ao comprar um veículo, por exemplo, a pessoa tivesse investido seu dinheiro em uma aplicação financeira com rentabilidade de 0,65% ao mês, teria um montante aproximado que é dado no quadro a seguir:

---

[6] Usaremos, para ilustração, um rendimento mensal de 0,65% para os estudos dessa modalidade de crédito.

| | |
|---|---|
| Em um ano: | $\mathrm{M} = 30.000 \times (1 + 0{,}0065)^{12}$ = 32.425,49. |
| Em dois anos: | $\mathrm{M} = 30.000 \times (1 + 0{,}0065)^{24}$ = 35.047,09. |
| Em três anos: | $M = 30.000 \times (1 + 0{,}065)^{36}$ = 37.880,64. |

QUADRO 17: Evolução de um capital de R$ 30.000,00, a 0,65% ao mês, num período de 3 anos.
FONTE: o autor.

Do quadro acima, podemos verificar que em um ano, à taxa de juro de 0,65% ao mês, os R$ 30.000,00 aplicados, renderiam um montante de R$ 32.425,49; em dois anos, R$ 35.047,09; e em três anos, R$ 37.880,64.

Vale observar que o valor acumulado comprometido com o veículo em três anos, pelas tabelas 9, 10 e 11, foi de R$ 32.965,68, e que nesse momento o veículo vale R$ 21.870,00, ou seja, com o que se perde em três anos com um veículo, seria possível adquirir outro, nas mesmas condições em que está hoje, aquele veículo que foi comprado há três anos atrás.

É importante salientar que gastos com combustível não foram inseridos nessa tabela de despesas por se tratar do tipo de um veículo de baixo consumo e porquê, de qualquer forma, a pessoa teria que gastar com transporte. No entanto, é sabido que veículos mais potentes têm maior consumo de combustível, o que deve ser levado em conta numa análise financeira mais elaborada.

Em cidades menores, por exemplo, os custos podem ser um pouco menores, pois reduzem as despesas com estacionamento, além de outros fatores que podem diminuir esses gastos, mesmo assim, eles não ficam abaixo de 2% do valor do veículo, porque vários itens apresentados na tabela não são custos opcionais.

O interessante nesse exercício é que o aluno pode fazer uma reflexão sobre a necessidade de possuir um determinado bem de consumo, ou seja, ele foi levado a refletir. Não estamos afirmando que ele não deve adquirir seu carro, mas estamos propondo que ele realmente avalie se precisa tê-lo nesse momento ou se pode fazer isso no futuro. Ao decidir deixar o dinheiro rendendo, como visto no quadro 17, em três anos ele teria capitalizado um valor de R$ 37.880,64 e poderia comprar esse mesmo veículo que agora custaria R$ 21.870,00, lucrando R$ 16.010,64, ou seja, esse dinheiro poderia continuar rendendo na aplicação financeira e, em mais 5 anos, por exemplo, acumularia um montante de R$ 23.617,58, fazendo o dinheiro trabalhar a seu favor, apenas com a decisão de deixar de comprar um bem no primeiro momento para comprá-lo mais tarde.

Todo o raciocínio exposto até aqui supõe que a pessoa possua R$ 30 mil para a aquisição do veículo. No entanto, é grande o número de pessoas que recorrem aos financiamentos do mercado. Neste caso, o sistema utilizado é a tabela Price.

Para a realização do exercício, para o caso do veículo ser financiado, os alunos precisaram construir, no laboratório de informática, as tabelas relativas aos financiamentos, utilizando a taxa de juros de 1,58% ao mês da tabela 4, supondo duas situações: a primeira, que seja financiado o valor total do veículo; e a segunda, que se tenha R$ 10.000,00 para dar de entrada. As simulações foram feitas em 12, 24, 36, 48 e 60 vezes.

Os resultados são apresentados na tabela a seguir:

**Tabela 12 –** Valores referentes aos financiamentos de automóvel nos valores de R$ 30 mil e R$ 20 mil, a taxa de juros de 1,58% ao mês.

| | Descritivo | 12 vezes | 24 vezes | 36 vezes | 48 vezes | 60 vezes |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **30.000,00** | Valor da parcela | 2.764,12 | 1.511,68 | 1.099,07 | 896,37 | 777,56 |
| | Total da dívida | 33.169,50 | 36.280,21 | 39.566,66 | 43.025,78 | 46.653,38 |
| | Média de juros nas parcelas | 264,12 | 261,68 | 265,74 | 271,37 | 277,56 |
| **20.000,00** | Valor da parcela | 1.842,75 | 1.007,78 | 732,72 | 597,58 | 518,37 |
| | Total da dívida | 22.113,00 | 24.186,81 | 26.377,78 | 28.683,85 | 31.102,26 |
| | Média de juros nas parcelas | 176,08 | 174,45 | 177,16 | 180,91 | 185,04 |

FONTE: o autor.

Foi possível ver que, pela tabela 12, quanto maior é o prazo do financiamento, maiores são os juros médios nas parcelas e maior é o total da dívida adquirida. Esses são os efeitos dos juros compostos à medida que o prazo aumenta.

O que precisa ser entendido por todos é que um automóvel não pode ser visto como um investimento. Ele representa na lista de bens de uma pessoa um bem passivo, isto é, ao invés de produzir renda ele provoca despesas, que irão comprometer o orçamento.

Por outro lado, não estamos afirmando aqui que alguém deve ou não comprar um carro. O que se pretende discutir é que a decisão de se comprar um carro deve ser tomada levando em conta a necessidade de se ter um.

Inúmeras pessoas possuem mais de um veículo e se deve refletir sobre a real necessidade de se tê-los. Pensar na utilização dada a cada veículo, refletindo na possibilidade de manter apenas um, ou o mínimo realmente necessário, pode fazer a diferença de se ter mais recursos ou menos quando se precisar, por exemplo na velhice, ou então para quitar uma dívida que esteja consumindo grande parte dos recursos de uma família.

## 3.4 Os impostos sobre a renda do assalariado no Brasil

O trabalhador assalariado paga impostos sobre a sua renda. Todos os meses, ao receber sua remuneração, se observa em seu demonstrativo de pagamentos que de seu salário bruto são descontados alguns valores, para determinados fundos previdenciários, no caso de colaboradores do setor público, ou para o INSS no setor privado. Além disso, dependendo da renda, ele pode ter em seu holerite um desconto denominado *imposto de renda retido na fonte*. Mas qual é a regra de funcionamento desses impostos?

Esses questionamentos foram levantados em sala de aula para que os alunos tivessem que realizar uma pesquisa a respeito da tributação que recai sobre os recebimentos de um trabalhador. Para dar um melhor direcionamento aos estudos, foram considerados os trabalhadores celetistas, que precisam contribuir com o INSS e pagaram Imposto de Renda à Receita Federal no ano de 2013. O resultado da pesquisa foi a seguinte:

Primeiramente, do salário desse trabalhador é descontada contribuição ao INSS, que possui uma tabela para os segurados empregados, empregados domésticos e trabalhador autônomo, com pagamento de remuneração a partir de 1º de janeiro de 2013, validado pela Portaria interministerial MPS/MF nº 15, de 10 de janeiro de 2013, a seguir:

**Tabela 13 –** Tabela progressiva para o cálculo mensal do Imposto sobre a Renda da Pessoa Física para o exercício de 2014, ano-calendário de 2013

| Salário de Contribuição (R$) | Alíquota para fins de recolhimento ao INSS (%) |
|---|---|
| Até 1.247,70 | 8,00 |
| De 1.247,71 até 2.079,50 | 9,00 |
| De 2.079,51 até 4.159,00 | 11,00 |

FONTE: Ministério da Previdência Social

A respeito do *imposto de renda retido na fonte,* trata-se de um imposto cobrado sobre a renda do trabalhador. Logo, quem ganha mais paga mais, e também precisa dedicar alguns dias a mais de trabalho para a quitação desse imposto. As alíquotas do Imposto de Renda variam de acordo com o salário do contribuinte, como podemos observar na tabela a seguir:

**Tabela 14 –** Tabela progressiva para o cálculo mensal do Imposto sobre a Renda da Pessoa Física para o exercício de 2014, ano-calendário de 2013.

| Base de Cálculo (R$) | Alíquota (%) | Parcela a Deduzir do IR (R$) |
|---|---|---|
| Até 1.710,78 | - | - |
| De 1.710,79 até 2.563,91 | 7,5 | 128,31 |
| De 2.563,92 até 3.418,59 | 15 | 320,60 |
| De 3.418,60 até 4.271,59 | 22,5 | 577,00 |
| Acima de 4.271,59 | 27,5 | 790,58 |

FONTE: Receita Federal

Esta tabela prevê o desconto mensal na folha de pagamento do trabalhador a fim da quitação das dívidas e cálculo da restituição que esse trabalhador pode ter direito. Além do desconto, o trabalhador que paga imposto de renda ainda é obrigado a prestar contas anualmente à receita federal, por meio da Declaração Anual do Imposto de Renda. Para esta finalidade, a Receita Federal utiliza a seguinte tabela:

**Tabela 15 –** Tabela progressiva para o cálculo anual do Imposto sobre a Renda da Pessoa Física para o exercício de 2014, ano-calendário de 2013.

| Base de Cálculo (R$) | Alíquota (%) | Parcela a Deduzir do IR (R$) |
|---|---|---|
| Até 20.529,36 | - | - |
| De 20.529,37 até 30.766,92 | 7,5 | 1.539,70 |
| De 30.766,93 até 41.023,08 | 15,0 | 3.847,22 |
| De 41.023,09 até 51.259,08 | 22,5 | 6.923,95 |
| Acima de 51.259,08 | 27,5 | 9.486,91 |

FONTE: Receita Federal

A Receita Federal utiliza a primeira tabela para ir abatendo o valor do imposto devido pelo trabalhador e assim ter recursos durante o ano todo, além de evitar que ele tenha que pagar um valor alto de uma vez só. A segunda tabela é usada porque o trabalhador pode ter outras fontes de renda além daquela em questão, ou seja, ele pode ter mais que um emprego ou outras rendas, com tributação exclusiva, e assim, na hora de realizar sua declaração, ele fará o *download* de um *software* na página de internet da Receita Federal e irá inserir todos os seus dados financeiros nele, de modo a calcular o real imposto devido por esse trabalhador. Se o valor mensal que foi debitado de seu salário for maior do que o apresentado no *software*, então ele terá direito a uma restituição de valores; se for menor, deverá pagar à diferença à receita federal.

A declaração pode ser elaborada na forma completa ou simplificada. No ato dessa declaração, o declarante pode deduzir uma determinada quantia por dependente legal, que para o exercício do ano de 2013 será de R$ 2.063,64. Entende-se por dependente legal: pai, mãe, marido, mulher, filho, filha ou enteado de até 21 anos (pode ser até 24 anos se forem universitários ou estiverem cursando escola técnica), ou menor de 21 anos de quem o trabalhador possua a guarda legal, desde que não sejam declarantes do imposto de renda.

É importante ressaltar que, na declaração, além do salário bruto, a pessoa deve informar também o valor da contribuição ao INSS, que é deduzida, até um limite de R$ 497,49 ao mês, para que o contribuinte não pague imposto sobre imposto.

O cálculo do salário líquido, do desconto dos impostos de INSS e Imposto de renda é feito da seguinte forma:

Primeiramente, deverá ser realizado do salário bruto o valor de INSS, de acordo com a renda da pessoa, de acordo com a tabela 13. Em seguida, deverá ser realizada a subtração desse valor referente ao imposto do salário bruto gerando a base de cálculo para o Imposto de Renda. Agora, com base na tabela 14, deverá ser calculado o valor do imposto a ser pago, bem como subtraído o valor da dedução estabelecida para a faixa salarial da base de cálculo. O resultado será o resultado final do IR a ser descontado mensalmente. Para se calcular o valor do salário líquido do trabalhador, basta subtrair da base de cálculo para Imposto de Renda o valor do IR a ser descontado mensalmente.

Para efeitos práticos, o contribuinte tem à disposição um Simulador de Alíquota Efetiva, onde se pode informar a periodicidade (mensal ou anual), os rendimentos tributários e as deduções. O software irá informar o imposto devido e a alíquota efetiva da tributação a ser realizada.

A figura abaixo mostra a utilização desse simulador para o caso de um empregado que ganha R$ 2.500,00 e tem um filho como dependente legal e pagará 7,5% de IR e 11% de INSS.

O cálculo deve ser feito da seguinte forma:

Salário bruto menos o valor dedutível por dependente legal e desconto de 11% de INSS. Em números, isso representa:

$$\mathrm{R\$}\ 2.500\ -\ \mathrm{R\$}\ 171{,}97\ -\ \mathrm{R\$}\ 275\ =\ \mathrm{R\$}\ 2.053{,}03.$$ (base de cálculo).

O empregado deve multiplicar a base de cálculo por 7,5 (alíquota de IR) e dividir por 100.

$$R\$\ 2.053{,}03 \times \frac{7{,}5}{100} = R\$\ 153{,}97.$$

Sobre o resultado, subtrair os R$ 128,31 (dedução estabelecida para salários entre R$ 1.710,79 a R$ 2.563,91).

$$R\$\ 153{,}97 - R\$\ 128{,}31 =\ R\$\ 25{,}66.$$

O resultado final será o valor do IR a ser descontado mensalmente: R$ 25,66.

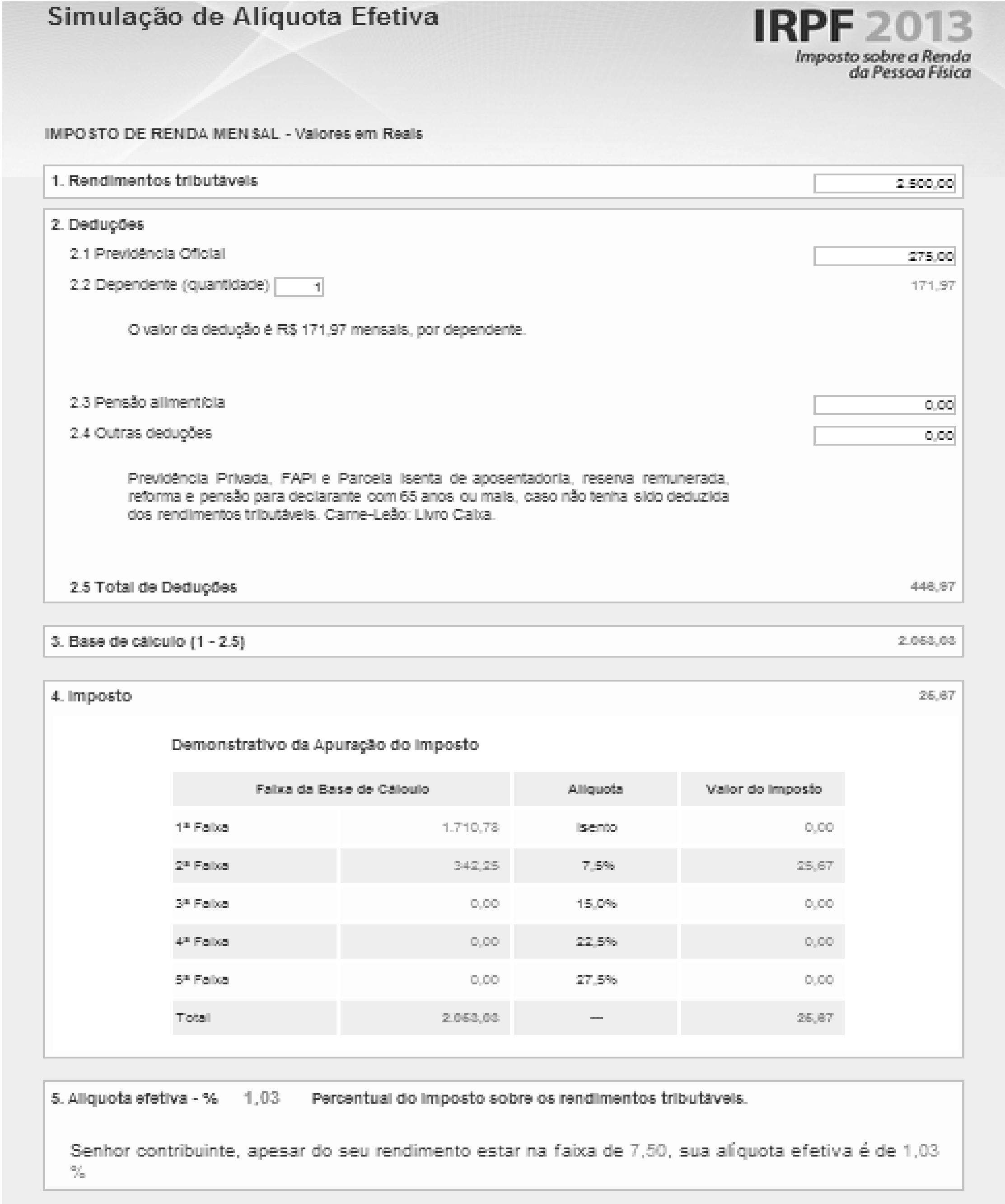
Já o salário líquido do trabalhador será de

$$R\$\ 2053{,}03 - R\$\ 25{,}66 = R\$\ 2.027{,}37.$$

QUADRO 18: Cálculo de imposto de renda, baseado nas tabelas 13 e 14.
FONTE: Uol Economia (adaptado)

A comprovação da veracidade destes cálculos podem ser comprovados no simulador da página da Receita Federal como segue abaixo:

**Figura 3 –** Simulação de Alíquota Mensal Efetiva



Simulação de Alíquota Efetiva

IRPF 2013
*Imposto sobre a Renda da Pessoa Física*

IMPOSTO DE RENDA MENSAL - Valores em Reais

1. Rendimentos tributáveis 2.500,00

2. Deduções

2.1 Previdência Oficial 275,00

2.2 Dependente (quantidade) 1 171,97

O valor da dedução é R$ 171,97 mensais, por dependente.

2.3 Pensão alimentícia 0,00

2.4 Outras deduções 0,00

Previdência Privada, FAPI e Parcela isenta de aposentadoria, reserva remunerada, reforma e pensão para declarante com 65 anos ou mais, caso não tenha sido deduzida dos rendimentos tributáveis. Carne-Leão: Livro Caixa.

2.5 Total de Deduções 446,97

3. Base de cálculo (1 - 2.5) 2.053,03

4. Imposto 25,67

Demonstrativo da Apuração do Imposto

| Faixa da Base de Cálculo | | Alíquota | Valor do Imposto |
|---|---|---|---|
| 1ª Faixa | 1.710,78 | Isento | 0,00 |
| 2ª Faixa | 342,25 | 7,5% | 25,67 |
| 3ª Faixa | 0,00 | 15,0% | 0,00 |
| 4ª Faixa | 0,00 | 22,5% | 0,00 |
| 5ª Faixa | 0,00 | 27,5% | 0,00 |
| Total | 2.053,03 | — | 25,67 |

5. Alíquota efetiva - % 1,03 Percentual do imposto sobre os rendimentos tributáveis.

Senhor contribuinte, apesar do seu rendimento estar na faixa de 7,50, sua alíquota efetiva é de 1,03 %

FONTE: Receita Federal

A partir dessas informações, é importante que o aluno entenda o funcionamento desse imposto, visto que, como o salário mínimo nesse período é de R$ 678,00 e quem tiver renda superior a R$ 1.710,78 mensais precisa fazer a declaração, qualquer pessoa que tiver rendimento superior a aproximadamente 2,5 salários mínimos terá que pagar esse tipo de imposto. Sendo assim, é fundamental conhecer o seu funcionamento.

A seguir, apresentamos os cálculos para assalariados com renda de R$ 2.000,00, R$ 3.000,00, R$ 4.000,00 e R$ 5.000,00.

Pela tabela 13, ele receberá 9% de descontos do INSS,

$$R\$\ 2.000{,}00 \times 0{,}09 = R\$\ 180{,}00.$$

Assim, o salário considerado para base de cálculo do imposto de renda será

$$\text{R\$ } 2.000{,}00 - \text{R\$ } 180{,}00 = \text{R\$ } 1.820{,}00.$$

Como o salário é maior que R$ 1.710,78, ele se enquadra em uma alíquota de 7,5%, pela tabela 14. Daí,

$$R\$\ 1820{,}00 \times 0{,}075 = R\$\ 136{,}50.$$

Subtraindo R$ 128,31 (porque o declarante não precisa pagar o imposto sobre a faixa isenta, ou seja, $1.710{,}78 \times 0{,}075 = 128{,}31$), segue que o imposto de renda a ser retido na fonte, será de R$ 8,19 e seu salário líquido mensal será de $\text{R\$ } 1.820{,}00 - \text{R\$ } 8{,}19 = \text{R\$ } 1.811{,}81$.

QUADRO 19: Determinação de salário líquido de trabalhador celetista com renda bruta de R$ 2.000,00, sem dependentes legais.
FONTE: o autor.

Pela tabela 13, ele receberá 11% de descontos do INSS,

$$R\$\ 3.000 \times 0{,}11 = R\$\ 330{,}00.$$

Assim, o salário considerado para base de cálculo do imposto de renda será

$$\text{R\$ } 3.000{,}00 - \text{R\$ } 330{,}00 = \text{R\$ } 2.670{,}00.$$

Como o salário é maior que R$ 2.563,91, ele se enquadra em uma alíquota de 15%, pela tabela 14. Daí,

$$R\$\ 2.670{,}00 \times 0{,}015 = R\$\ 400{,}50.$$

Desse valor devemos subtrair:

15% sobre a faixa isenta, $\text{R\$ } 1.710 \times 78.0{,}15 = \text{R\$ } 256{,}62$;

e 7,5% sobre a faixa que vai de R$ 1710,79 a R$ 2563,91, ou seja, $\text{R\$}853{,}12 \times 0{,}075 = \text{R\$}63{,}98$.

Assim, subtrairemos $\text{R\$ } 256{,}62 + \text{R\$ } 63{,}98 = \text{R\$}320{,}60$. Daí, o imposto de renda a ser retido na fonte, será de R$ 79,90 e seu salário líquido mensal será de R$ 2.590,10.

QUADRO 20: Determinação de salário líquido de trabalhador celetista com renda bruta de R$ 3.000,00, sem dependentes legais.
FONTE: o autor.

Pela tabela 13, ele receberá 11% de descontos do INSS,

$$R\$\ 4000{,}00 \times 0{,}11 = R\$\ 440{,}00.$$

Assim, o salário considerado para base de cálculo do imposto de renda será

$$\text{R\$ } 4.000{,}00 - \text{R\$ } 440{,}00 = \text{R\$ } 3.560{,}00.$$

Como o salário é maior que R$ 3.418,59, ele se enquadra em uma alíquota de 22,5%, pela tabela 14. Daí,

$$R\$2.670{,}00 \times 0{,}015 = 400{,}50.$$

Desse valor, devemos subtrair:

22,5% sobre a faixa isenta, ou seja, $\text{R\$ } 1.710{,}78 \times 0{,}225 = \text{R\$ } 384{,}93$;

15% sobre a faixa que vai de R$ 1.710,79 a R$ 2.563,91, ou seja,$\text{R\$ } 853{,}12 \times 0{,}15 = \text{R\$ } 127{,}97$;

e 7,5% sobre a faixa que vai de R$ 2.563,92 a R$ 3.418,59, ou seja,$\text{R\$ } 854{,}67 \times 0{,}075 = \text{R\$ } 64{,}10$.

Assim, $\text{R\$ } 384{,}93 + \text{R\$ } 127{,}97 + \text{R\$ } 64{,}10 = \text{R\$ } 577{,}00$, segue que o imposto de renda a ser retido na fonte, será de R$ 224,00 e seu salário líquido mensal será de R$ 3.336,00.

QUADRO 21: Determinação de salário líquido de trabalhador celetista com renda bruta de R$ 4.000,00, sem dependentes legais.
FONTE: o autor.

Pela tabela 13, ele receberá 11% de descontos do INSS,

$$R\$\ 5000{,}00 \times 0{,}11 = R\$\ 550{,}00.$$

Como esse valor ultrapassa o teto para descontos do INSS, ao invés dele, será descontado o valor do teto, que é de R$ 457,49. Assim, o salário considerado para base de cálculo do imposto de renda será$\text{R\$ } 5.000{,}00 - \text{R\$ } 457{,}49 = \text{R\$ } 4.542{,}51$.

Como o salário é maior que R$ 4.271,59, ele se enquadra em uma alíquota de 27,5%, pela tabela 14. Daí,

$$R\$\ 4.542{,}51 \times 0{,}275 = R\$\ 1.226{,}48.$$

Desse valor, devemos subtrair:

27,5% sobre a faixa isenta, ou seja, $\text{R\$ } 1.710{,}78 \times 0{,}275 = \text{R\$ } 470{,}46$;

20% sobre a faixa que vai de R$ 1.710,79 a R$ 2.563,91, ou seja, $\text{R\$ } 853{,}12 \times 0{,}2 = \text{R\$ } 170{,}62$;

12,5% sobre a faixa que vai de R$ 2.563,92 a R$ 3.418,59, ou seja, $\text{R\$ } 854{,}67 \times 0{,}125 = \text{R\$ } 106{,}83$;

e 5% sobre a faixa que vai de R$ 3.418,60 até R$ 4.271,59, ou seja $\text{R\$ } 852{,}99 \times 0{,}05 = \text{R\$ } 42{,}65$.

Assim,$\text{R\$ } 470{,}46 + \text{R\$ } 170{,}62 + \text{R\$ } 106{,}83 + \text{R\$ } 42{,}65 = \text{R\$ } 790{,}58$. Dessa forma que o imposto de renda a ser retido na fonte, será de R$ 458,61 e seu salário líquido mensal será de R$ 4.083,90.

QUADRO 22: Determinação de salário líquido de trabalhador celetista com renda bruta de R$ 5.000,00, sem dependentes legais.
FONTE: o autor.

O que se pode notar nos quadros 19 a 22 é que cada um deles apresenta uma situação particular. Como cada uma das faixas salariais se enquadra em uma alíquota diferente, o interessante é a forma de se calcular tanto o desconto do INSS como o valor da parcela a deduzir do imposto de renda.

No caso de descontos do INSS, nota-se que apenas o primeiro caso teve descontos de 9%, enquanto todos os outros tiveram descontos de 11%. Não ocorreram casos que implicariam na alíquota de 8%, porque nesse caso o rendimento teria alíquota isenta de imposto de renda. Chama a atenção que no último caso estudado o valor de descontos ultrapassa o teto estipulado pela Previdência Social, e neste foi aplicado o valor desse teto que equivale a R$ 457,49.

No que diz respeito à alíquota de IR que cada situação apresenta, chama a atenção a forma de se calcular a parcela a deduzir do imposto, ou seja, quem está na faixa de alíquota de 7,5% precisa descontar 7,5% do valor da alíquota isenta; quem está na faixa da alíquota de 15% precisa descontar 15% da alíquota isenta e 7,5% da alíquota de 7,5%; quem está na alíquota de 22,5% precisa descontar 22,5% da alíquota isenta, 15% da alíquota de 7,5% e 7,5% da alíquota de 15%; e finalmente quem está na alíquota de 27,5% precisa descontar 27,5% da alíquota isenta, 20% da alíquota de 7,5%, 12,5% da alíquota de 15% e 5% da alíquota de 22,5%, resultando nas parcelas a deduzir que são apresentadas na tabela da Receita Federal, conforme exposto na tabela a seguir:

**Tabela 16 –** Cálculo para os valores das parcelas a deduzir do imposto de renda (Valores em R$).

| Faixa de cobrança | Isenta | Alíquota de 7,5% | Alíquota de 15% | Alíquota de 22,5% | Alíquota de 27,5% |
|---|---|---|---|---|---|
| --- | --- | 128,31 | 256,62 | 384,93 | 470,46 |
| --- | --- | --- | 63,98 | 127,97 | 170,62 |
| --- | --- | --- | --- | 64,10 | 106,83 |
| --- | --- | --- | --- | --- | 42,65 |
| Parcela a Deduzir | 0,00 | 128,31 | 320,60 | 577,00 | 790,58 |

FONTE: o autor.

Observemos agora a tabela a seguir, que resume as 4 situações estudadas:

**Tabela 17 –** Resumo das situações estudadas.

| Descritivo | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 | Caso 4 |
|---|---|---|---|---|
| Salário Bruto (em R$) | 2.000,00 | 3.000,00 | 4.000,00 | 5.000,00 |
| Imposto pago ao INSS (em R$) | 180,00 | 330,00 | 440,00 | 457,49 |
| Base de Cálculo IR (em R$) | 1.820,00 | 2.670,00 | 3560 | 4.542,51 |
| Alíquota do IR (%) | 7,5 | 15 | 22,5 | 27,5 |
| Parcela a deduzir do imposto (em R$) | 128,31 | 320,60 | 577,00 | 790,58 |
| IR retido na fonte (em R$) | 8,19 | 79,90 | 224,00 | 458,61 |
| Salário líquido (em R$) | 1.811,81 | 2.590,10 | 3.336,00 | 4.083,90 |
| Alíquota efetiva (%) | 9,4 | 13,7 | 16,6 | 18,3 |

FONTE: o autor.

Verifique que existe uma intenção de que quanto maior a renda de um trabalhador, maior será a proporção de impostos pagos em relação ao salário bruto que recebe.

Observe a tabela que segue, na qual serão apresentadas rendas mensais muito grandes:

**Tabela 18 –** Cálculo de impostos mensais sobre salários maiores.

| Descritivo | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 | Caso 4 |
|---|---|---|---|---|
| Salário Bruto (em R$) | 100.000,00 | 200.000,00 | 300.000,00 | 400.000,00 |
| Imposto pago ao INSS (em R$) | 457,49 | 457,49 | 457,49 | 457,49 |
| Base de Cálculo IR (em R$) | 99.542,51 | 199.543,00 | 299.543,00 | 399.543,00 |
| Alíquota do IR (%) | 27,5 | 27,5 | 27,5 | 27,5 |
| Parcela a deduzir do imposto (em R$) | 790,58 | 790,58 | 790,58 | 790,58 |
| IR retido na fonte (em R$) | 26.583,61 | 54.083,60 | 81.583,60 | 109.084,00 |
| Salário líquido (em R$) | 72.958,90 | 145.459,90 | 217.958,90 | 290.458,90 |
| Alíquota efetiva (%) | 27,0 | 27,2 | 27,3 | 27,4 |

FONTE: o autor.

O que se pode observar é que não ocorre muita variação de uma renda para a outra, e a relação entre imposto pago e salário bruto fica em torno de 27%, ou seja, se essa variação ficou em 8,6% para pessoas com renda entre R$ 2.000,00 e R$ 5.000,00, a variação ficou em 0,4% para pessoas com renda entre R$ 100.000,00 e R$ 400.000,00. Essas variações causam grandes discussões atualmente, pois proporcionalmente, pessoas que têm renda muito alta pagam a mesma taxa de juros, ou seja, de acordo com a tabela, para cada R$ 1.000,00 a mais a partir de R$ 2.000,00 paga-se em média 2,97% a mais de juros que a renda anterior, sendo que para cada R$ 100.000,00 a mais a partir de 100.000,00 paga-se em média 0,13% de juros a mais que a renda anterior.

Feito esse estudo, se deve lembrar que o valor efetivamente cobrado de imposto é calculado sobre determinado ano-exercício, que neste caso, especificamente, trata-se do ano de 2013.

Na atividade proposta a seguir, os alunos analisaram detalhadamente o caso da pessoa que tem renda de R$ 5.000,00. As outras análises são análogas. Observe o quadro abaixo:

Este trabalhador recebeu 12 pagamentos mensais, além de 13º salário e 1/3 de férias.

Assim recebeu

$$13 \times R\$\ 5.000{,}00 + \frac{R\$\ 5.000{,}00}{3} = R\$\ 66.666{,}67.$$

Pela tabela 13, ele receberá 11% de descontos do INSS,

$$R\$\ 5000{,}00 \times 0{,}11 = R\$\ 550{,}00.$$

Como esse valor ultrapassa o teto para descontos do INSS, ao invés dele, será descontado o valor do teto, que é de R$ 457,49. Dessa forma, o valor total descontado pelo INSS será de

$$13 \times R\$\ 457{,}49 = R\$\ 5.947{,}37.$$

Assim, o salário considerado para base de cálculo do imposto de renda será

$$\text{R\$ } 66.666{,}67 - \text{R\$ } 5.947{,}37 = \text{R\$ } 60.719{,}30.$$

Como o rendimento anual é maior que R$ 51.259,08, ele se enquadra em uma alíquota de 27,5%, pela tabela 15. Daí,

$$R\$\ 60.719{,}30 \times 0{,}275 = R\$\ 16.697{,}81.$$

sendo R$ 9.486,91 a parcela a deduzir do IR, temos

$$R\$\ 16.697{,}81 - R\$\ 9.486{,}91 = R\$\ 7.210{,}90$$

É o valor de IR a pagar por este trabalhador.

Nos pagamentos que ele recebeu, ficaram retidos na fonte

$12 \times R\$\ 458{,}91 +$ referente ao mês de férias $= R\$\ 6.546{,}08$.

Logo, verifica-se que o imposto a pagar é de

$$R\$\ 7.210{,}90 - 6.546{,}08 = R\$\ 664{,}82.$$

No entanto, se optar pelo Desconto Simplificado[7], recebe desconto de 20% sobre os rendimentos tributáveis, substituindo todas as deduções. Segue o novo cálculo:

$$R\$\ 60.719{,}30 \times 0{,}8 = R\$\ 48.575{,}44.$$

Esse valor é da faixa de 22,5%, pela tabela 14, e o imposto a pagar é de

$$R\$\ 48.575{,}44 \times 0{,}225 = R\$\ 10.929{,}47.$$

---

[7] De acordo com a Receita Federal, é o desconto de 20% sobre os rendimentos tributáveis que substitui todas as deduções admitidas na legislação tributária do imposto. Não necessita de comprovação e está limitado a R$ 15.197,02 em 2014. Pode ser utilizado independentemente do montante dos rendimentos recebidos e do número de fontes pagadoras.

Com a dedução de R$ 6.929,48, fica

$$R\$\ 10.929{,}47 - 6.929{,}49 = R\$\ 4.005{,}52.$$

E assim, a nova base de cálculos fica em $R\$\ 66.666{,}67 - R\$\ 5.961{,}93 - R\$\ 4.005{,}52 = R\$\ 56.713{,}77$, que se enquadra na alíquota de 27,5%, pela tabela 14. Daí,

$$R\$\ 56.713{,}77 \times 0{,}275 = 15.596{,}29.$$

Descontando R$ 9.486,91 da parcela a deduzir e R$ 6.546,08 do valor retido na fonte, este trabalhador deverá restituir o valor de

$$R\$\ 9.486{,}91 + R\$\ 6.546{,}08 - R\$\ 15.596{,}29 = R\$\ 436{,}70.$$

QUADRO 23: Determinação de valor de Imposto de Renda, no ano-exercício de 2013, de trabalhador com renda bruta de R$ 5.000,00, sem dependentes legais.
FONTE: o autor.

Realizando cálculos análogos, seguem na tabela abaixo os casos estudados na tabela 17:

**Tabela 19 –** Imposto de renda anual dos trabalhadores com renda de R$ 2.000,00, R$ 3.000,00, 4.000,00 e R$ 5.000,00 em Declaração completa.

| **Descritivo** | **Caso 1** | **Caso 2** | **Caso 3** | **Caso 4** |
|---|---|---|---|---|
| Renda bruta mensal | 2.000,00 | 3.000,00 | 4.000,00 | 5.000,00 |
| Total de rendimentos anuais brutos[8] | 26.666,67 | 40.000,00 | 53.333,33 | 66.666,67 |
| Retido na fonte mensalmente | 8,19 | 79,90 | 224,00 | 458,61 |
| Retido na fonte no mês das férias | 79,40 | 323,00 | 676,09 | 1.042,75 |
| Desconto mensal de INSS | 180,00 | 330,00 | 440 | 457,49 |
| Desconto de INSS no mês das férias | 293,33 | 440,00 | 457,59 | 457,49 |
| Total de descontos INSS | 2.453,33 | 4.400,00 | 5.737,49 | 5.947,37 |
| Rendimentos tributáveis | 24.213,33 | 35.600,00 | 47.595,84 | 60.719,30 |
| Total de IR retido na fonte | 177,68 | 1.281,80 | 3.364,09 | 6.546,08 |
| Imposto de renda do ano | 276,30 | 1.492,78 | 3.785,11 | 7.210,90 |
| Imposto de Renda a pagar | 98,62 | 210,98 | 421,03 | 664,82 |

FONTE: o autor.

Fazendo a opção pelo pagamento simplificado, os valores são apresentados na tabela abaixo:

**Tabela 20 –** Imposto de renda anual dos trabalhadores com renda de R$ 2.000,00, R$ 3.000,00, 4.000,00 e R$ 5.000,00 em Declaração Simplificada, que dá 20% de desconto sobre rendimentos tributáveis.

| Descritivo | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 | Caso 4 |
|---|---|---|---|---|
| Base de cálculo | 19.370,67 | 28.480,00 | 38.076,67 | 48.575,44 |
| Desconto declaração simplificada | 0,00 | 596,30 | 1.864,28 | 4.005,52 |
| Rendimentos tributáveis | 24.213,33 | 35.003,70 | 45.731,56 | 56.713,77 |
| Imposto de renda do ano | 276,30 | 1.403,34 | 3.365,65 | 6.109,38 |
| IR a restituir (-) ou a pagar (+): | 98,62 | 121,54 | 1,56 | (-) 436,70 |

FONTE: o autor.

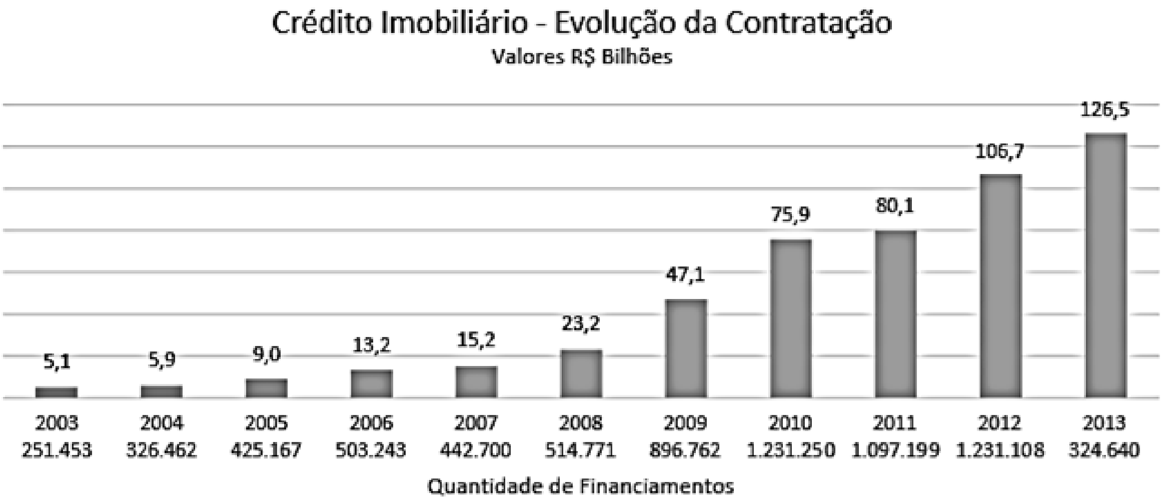
[8] Calculado com base no sites Cálculo Exato e Guia Trabalhista.

### 3.5 A compra de um imóvel

Quem não sonha em adquirir a casa própria? O crédito imobiliário vive um momento histórico no país. Nunca os juros foram tão baixos para financiar a casa própria e, além disso, o prazo máximo para quitação dos débitos foi aumentado e pode chegar a 35 anos (420 meses).

Em abril de 2013, a Caixa Econômica Federal divulgou a informação que em 2003 emprestou dinheiro para a compra de 251.453 mil imóveis no país, e os valores passaram de R$ 5,1 bilhões. Desde 2003, a busca por financiamentos disparou, em 2012, os bancos negociaram 1.231.108 unidades, tendo valores registrados de R$ 106,7 bilhões em 2012 e previsão de R$ 126,5 bilhões para o fechamento do ano de 2013, conforme podemos ver na figura 4:

**Figura 4 –** Números do crédito imobiliário




FONTE: Caixa Econômica Federal

Além de iniciativas governamentais com programas habitacionais como o “Minha Casa, Minha Vida”, a diminuição da burocracia e o aumento do número de bancos que oferecem esse tipo de crédito alavancaram o crédito imobiliário no Brasil. No entanto, a Caixa ainda detém 70% do mercado.

O programa “Minha Casa, Minha Vida” oferece crédito às famílias com renda de até R$ 5.000,00 para compra de imóveis que variam de R$ 90.000,00 a

R$ 190.000,00[9], e os juros variam de 4,5% a 7% ao ano. O programa atende faixas de renda que varia de R$ 1.395,00 a R$ 4.900,00 e diminui as taxas de juros, além de oferecer subsídios que podem chegar até R$ 17.900,00. No entanto, para contar com esse tipo de financiamento, é necessário respeitar algumas regras, como: ser o primeiro imóvel da família, a finalidade do imóvel deve ser a moradia desta, e o imóvel deve ser novo, ou seja, aquele que tenha até 6 meses de Habite-se (Certificado de Conclusão emitido pela prefeitura do município que atesta a conclusão da construção) ou que nunca tenha sido ocupado ou alienado.

No caso de um financiamento de um imóvel usado, o programa governamental não dá cobertura, e assim é necessário utilizar outros tipos de financiamento, como a carta de crédito de FGTS, que utiliza os Fundos de Garantia, que são pagos pelo empregador numa alíquota de 8% sobre o salário do trabalhador, e depositados na Caixa Econômica Federal, sendo corrigidos por juros mensais, e são disponibilizados para financiamento de imóveis novos ou usados até o valor de R$ 190.000,00, com taxa de juros anual de 7% a 8% ao ano.

Para financiamentos acima desse valor, o banco utiliza um sistema chamado SBPE, Sistema Brasileiro de Poupança e Empréstimo, que para imóveis de até R$ 500.000,00, oferece juros a partir de 8,5%; acima desse valor, a taxa sobe para, no mínimo, 9%; e para imóveis comerciais, os juros passam de 10%. Mas, à medida que o valor do imóvel aumenta, diminui o interesse pelo financiamento, já que os interessados em imóveis acima de R$ 500.000,00 são pessoas mais capitalizadas e por isso, acabam adquirindo o bem com recursos próprios, para lucrar com o que deixaram gastar nos juros desse financiamento.

Zentgraf (2010, p. 57) diz:

> [...] Com efeito, após anos e anos de trabalho, um bom número de brasileiros conseguirá acumular como patrimônio apenas a casa onde mora, o que talvez explique por que a discussão de tema ‘comprar ou alugar’ sempre mereça debates acalorados, infelizmente mais emocionais do que racionais.

Agora, para realizar o “sonho da casa”, todas as famílias precisam estudar números, taxas e comparar preços, para que o sonho possa caber dentro do bolso. Halfeld (2007, p.41), sugere: “procure comprar uma residência que lhe seja útil por

[9] O valor máximo depende de cada cidade.

um longo tempo. É preferível adiar a compra, juntar mais um pouco de dinheiro e comprar um imóvel maior, mais adequado às suas futuras necessidades".

Tal raciocínio se deve ao fato de que, aumentando a entrada diminui o valor financiado, e quanto menor o valor financiado, menor será o juro pago ao banco.

Na atividade proposta, os alunos foram levados ao laboratório de informática, onde, em equipes, deveriam acessar o site da Caixa Econômica Federal e realizar uma simulação de compra de um imóvel residencial novo, no valor de R$ 80.000,00 para uma família que tem renda bruta de R$ 3.000,00, na cidade de Guarapuava.

Os valores foram inseridos no Simulador da página da Caixa Econômica Federal na internet, que forneceu as seguintes condições: valor financiado de R$ 72.000,00, prazo de 360 meses, entrada de R$ 5.887,00 e subsidio do Governo Federal de R$ 2.119,00, a juros de 5,5% ao ano, no SAC, como melhor opção de financiamento.

Foi gerada uma tabela de SAC, que foi resumida abaixo:

**Tabela 21 –** Parcelas do Financiamento Habitacional em intervalos de 5 anos[10] (Valores em R$).

| **Nº da parcela** | **Prestação** | **Seguro / FGHAB** | **Amortização** | **Juros** | **Saldo devedor** |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 530,00 | 10,81 | 200,00 | 330,00 | 71.800,00 |
| 61 | 475,00 | 10,17 | 200,00 | 275,00 | 59.800,00 |
| 121 | 420,00 | 9,74 | 200,00 | 220,00 | 47.800,00 |
| 181 | 365,00 | 11,28 | 200,00 | 165,00 | 35.800,00 |
| 241 | 310,00 | 10,91 | 200,00 | 110,00 | 23.800,00 |
| 301 | 255,00 | 18,21 | 200,00 | 55,00 | 11.800,00 |
| 360 | 200,92 | 0,00 | 200,00 | 0,00 | 0,00 |
| TOTAL | 121.565,00 | 4.765,28 | 72.000,00 | 59.565,00 | --- |

FONTE: Simulador habitacional da Caixa Econômica Federal (dezembro de 2013)

A composição apresentada para a primeira parcela foi a seguinte:

[10] Planilha de evolução teórica para demonstração dos fluxos referentes aos pagamentos e recebimentos considerados no cálculo do custo efetivo total - CET nas condições vigentes na data da simulação.

**Figura 5 –** Composição da 1ª prestação da tabela 21.

CAIXA A vida pede mais que um banco

VOCÊ CLIENTE, ACESSE SUA CONTA Precisa de ajuda?

SIMULADOR HABITACIONAL

OPÇÕES DE PAGAMENTO - OPERAÇÕES SEM SEGURO

| COMPOSIÇÃO DA 1ª PRESTAÇÃO | |
|---|---|
| 1ª Prestação | R$ 540,80 |
| Amortização | R$ 199,99 |
| Juros | R$ 330,00 |
| Taxa de Administração | R$ 0,00 |
| FGHab Variável | R$ 8,16 |
| FGHab Fixa | R$ 2,65 |

| DETALHAMENTOS DOS JUROS | |
|---|---|
| Juros Nominais - Taxas de juros a.a. + TR | 5.5000% a.a. + TR% |
| Juros Efetivos - Taxas de juros a.a. + TR | 5.6407 % a.a. + TR% |
| CET - Custo Efetivo Total | 5,6450% |
| CESH - Custo Efetivo de Seguro Habitacional | 0,0000% |

FECHAR IMPRIMIR

FONTE: Simulador habitacional da Caixa Econômica Federal (dezembro de 2013)

A primeira coisa que se observou é que, se a caixa cobrasse juros efetivos de 5,5% ao ano, o valor dos juros da primeira parcela seria de $R\$\ 72.000{,}00 \times \left[(1{,}055)^{\frac{1}{12}} - 1\right] = R\$321{,}96$. Como o valor cobrado foi R$ 330,00, então a taxa de juros mensais que está sendo cobrada é de $\frac{5{,}5\%}{12} \cong 0{,}46\%$ ao mês, o que implicará em uma taxa anual de juros de $(1 + \frac{0{,}055}{12})^{12} - 1 \cong 5{,}64\%$ ao ano.

Segundo Zentgraf (2010, p.37), “a prestação inicial passa a ser reajustada regularmente por um índice de preços ou pela TR, com periodicidade a ser definida em contrato, mais provavelmente, uma vez por ano”.

Então foi iniciada uma discussão sobre o sistema de compra parcelada que estava sendo utilizado e o que ocorreria caso fosse utilizada a tabela Price para realizar tal financiamento, pois, de acordo com Zentgraf, (2010, p.36):

> No dia 28 de março de 2009, no caderno de Economia do jornal O Globo (p.34), [...] o governo incluiu na Medida Provisória 459 – que regulamentou o pacote habitacional – um artigo para tentar estimular os bancos a concederem empréstimos utilizando a Tabela Price, que permite prestações

> iniciais menores e, com isso, amplia o número de trabalhadores aptos a tomar um financiamento para a casa própria.

Assim, os alunos fizeram a simulação do quadro abaixo, a qual contém os valores das parcelas, nas mesmas condições, para os sistemas Price e SAC:

Na tabela Price, o valor das prestações seriam:

Em 15 anos: $P = \dfrac{R\$\ 72.000{,}00 \times \frac{0{,}055}{12} \times \left(1+\frac{0{,}055}{12}\right)^{180}}{\left(1+\frac{0{,}055}{12}\right)^{180} - 1} = R\$\ 588{,}30;$

Em 20 anos: $P = \dfrac{R\$\ 72.000{,}00 \times \frac{0{,}055}{12} \times \left(1+\frac{0{,}055}{12}\right)^{240}}{\left(1+\frac{0{,}055}{12}\right)^{240} - 1} = R\$\ 495{,}28;$

Em 25 anos: $P = \dfrac{R\$\ 72.000{,}00 \times \frac{0{,}055}{12} \times \left(1+\frac{0{,}055}{12}\right)^{300}}{\left(1+\frac{0{,}055}{12}\right)^{300} - 1} = R\$\ 442{,}14;$

Em 30 anos: $P = \dfrac{R\$\ 72.000{,}00 \times \frac{0{,}055}{12} \times \left(1+\frac{0{,}055}{12}\right)^{360}}{\left(1+\frac{0{,}055}{12}\right)^{360} - 1} = R\$\ 408{,}81.$

No SAC, o valor das prestações iniciais, seriam:

Em 15 anos: $P = \dfrac{R\$\ 72.000{,}00}{180} + R\$\ 72.000{,}00 \times \dfrac{0{,}055}{12} = R\$\ 730{,}00;$

Em 20 anos: $P = \dfrac{R\$\ 72.000{,}00}{240} + R\$\ 72.000{,}00 \times \dfrac{0{,}055}{12} = R\$\ 630{,}00;$

Em 25 anos: $P = \dfrac{R\$\ 72.000{,}00}{300} + R\$\ 72.000{,}00 \times \dfrac{0{,}055}{12} = R\$\ 570{,}00;$

Em 30 anos: $P = \dfrac{R\$\ 72.000{,}00}{360} + R\$\ 72.000{,}00 \times \dfrac{0{,}055}{12} = R\$\ 530{,}00.$

QUADRO 24: Comparação dos valores das parcelas, nas mesmas condições, nos sistemas Price e SAC.
FONTE: o autor.

Note que, pela tabela 21, a esses valores deveria ser acrescentado o valor do Seguro/FGHAB, mas em síntese, podemos observar os valores determinados abaixo, com auxílio da construção das planilhas, em cada caso, comparando os sistemas.

Os alunos utilizaram planilha eletrônica, gerando as planilhas dos dois sistemas, obtendo os seguintes resultados:

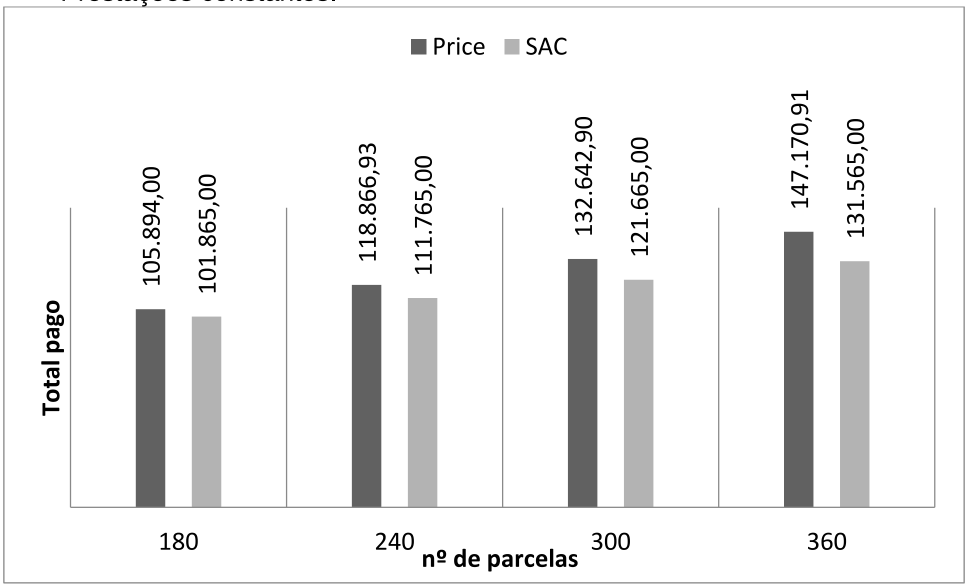
**Tabela 22 –** Parcelas iniciais do financiamento de R$ 72.000,00 à taxa nominal de 5,5% ao ano, na tabela Price e no SAC (Valores em R$).

| Sistema | Nº de parcelas | 180 | 240 | 300 | 360 |
|---|---|---|---|---|---|
| Price | Valor da prestação | 588,30 | 495,28 | 442,14 | 408,81 |
| | Média de Juros | 188,30 | 193,93 | 201,06 | 207,90 |
| SAC | Primeira prestação | 730,00 | 630,00 | 570,00 | 530,00 |
| | Última prestação | 401,83 | 301,38 | 241,10 | 200,92 |
| | Média de juros | 165,92 | 165,69 | 165,55 | 165,46 |

FONTE: o autor.

Com os resultados, os alunos produziram um gráfico entre os valores absolutos, e realizaram a seguinte comparação:

**Figura 6 –** Comparação entre valores totais pagos nos Sistemas de Amortizações constantes e de Prestações constantes.




FONTE: o autor.

O que se pode perceber, pela tabela 22 é que, dependendo do prazo contratado, o valor médio dos juros a serem pagos no financiamento varia bastante na Tabela Price, passando de R$ 188,30 em 180 meses para R$ 207,90 em 360 meses; e que no SAC a variação ficou bem pequena, passando de R$ 165,92 para 165,46, nas mesmas condições.

De acordo com Zentgraf (2010, p. 73):

> Assim como ocorreu no Price, o aumento do prazo de financiamento traz o efeito benéfico de redução no valor das prestações, o que poderá se transformar em fator determinante na contratação desse tipo de empréstimo em função da redução na renda mínima exigida do participante. Entretanto, o mesmo efeito verificado antes – do aumento substancial pago – também foi constatado no SAC.

Os valores do total pago em cada situação indicam certa vantagem para o SAC, mas isso precisa ser visto cautelosamente, pois segundo Bruni (2003, p. 18) “valores somente podem ser comparados se estiverem referenciados na mesma data”, e na data inicial do financiamento o valor do saldo devedor é o mesmo. Logo, ambos os sistemas são equivalentes.

O SAC é amplamente utilizado em financiamentos habitacionais justamente pela indexação anual da TR ao saldo devedor. Na maioria dos financiamentos, os prazos são grandes, o cenário econômico do país no momento atual pode ser bastante diferente no futuro. Como para o cálculo da taxa de juros se levam em conta a inflação e outros riscos de mercado, é muito difícil fazer uma previsão do cenário econômico daqui a 15 ou 20 anos, e assim, as entidades financeiras optam pelo sistema que vem sendo utilizado.

Muitas vezes as pessoas preferem também o SAC porque, se as prestações iniciais, que são mais altas que as finais, cabem no orçamento dessa pessoa, então provavelmente ela conseguirá honrar todas as parcelas do financiamento.

O problema é justamente para o caso em que as primeiras parcelas não caibam no orçamento do contratante do financiamento. Pela tabela 22, podemos observar que o valor das prestações constantes da Tabela Price são R$ 408,81, bem menores do que os R$ 530,00 do SAC. De acordo com Zentgraf (2010, p.37), “mesmo diante de um comprometimento decrescente de sua renda no quesito moradia, a prestação muito pesada do começo eliminou a possibilidade de o financiamento ser contratado”.

Mesmo para as pessoas que se enquadrassem no SAC a possibilidade de fazer seu financiamento pela Tabela Price não seria totalmente desinteressante, visto que, com parcelas constantes e pelo histórico brasileiro de que os salários tendem a evoluir de acordo com a inflação que segundo as metas do governo devem ficar abaixo dos 4%, a renda da família considerada no início, após 30 anos, se corrigida pela inflação, seria de

$$R\$\ 3.000{,}00 \times (1{,}04)^{30} = R\$\ 9.730{,}19,$$

e os R$ 408,81 seria um custo bem moderado diante desse orçamento maior. Mas, nesse caso, se deve levar em conta também as restrições quanto ao percentual efetivamente financiável em cada sistema. Atualmente, nos financiamentos negociados pela Caixa Econômica Federal, quando são oferecidas as opções entre os sitema SAC e PRICE, o sistema SAC permite o financiamento de 90% do valor do imóvel, enquanto que o sistema PRICE permite o financiamento de apenas 70% do valor do imóvel, isso também pode ser determinante na escolha dos sistemas já que, a maioria das pessoas que procuram pelo financiamento não possuem grandes valores para dar de entrada no imóvel.

De acordo com Zentgraf (2010, p. 75), as observações resumem os dois sistemas de amortização estudados para a aquisição da casa própria:

> - em qualquer sistema, mantendo-se a taxa de juros inalterada e ampliando-se o prazo de financiamento, os valores das prestações e, consequentemente, os da renda mínima exigida se reduzem, apesar do aumento nos juros e nos totais pagos;
> - em qualquer sistema, mantendo-se o prazo inalterado e reduzindo-se as taxas de juros, os valores das prestações, da renda mínima exigida, dos juros e dos totais pagos se reduzem.

Como não podemos trabalhar com a especulação e sim com os fatos que ocorrem, se uma pessoa vai a um banco pedindo pelo financiamento, então ela terá que aceitar as condições impostas, principalmente se ela estiver interessada no programa “Minha Casa, Minha Vida”[11], que utiliza o sistema SAC na maioria dos financiamentos.

Observe que, pela tabela 21, o valor da prestação inicial de um imóvel de R$ 80.000,00 está na faixa de R$ 530,00, sendo que o juro que incide sobre essa prestação é de R$ 330,00 e a amortização é de R$ 220,00. Além disso, o comprador precisa dar entrada de R$ 5.887,00.

Cerbasi (2004, p.52) ressalta:

> Comprar pode ser o pior negócio, a não ser que a moradia esteja em local com grande potencial de valorização, esteja abaixo do valor de mercado ou

[11] A operação de financiamento desse programa é realizada pela Caixa Econômica Federal.

> quando o casal dispõe de recursos do Fundo de Garantia suficientes para pagar significativa parte do valor do imóvel – pelo menos 30%.

De acordo com Halfeld, (2007, p.40):

> [...] Procure um financiamento com juros baixos ou alugue um imóvel mais simples até juntar a quantia necessária. [...] o imóvel alugado deve ser mais simples do que o imóvel pretendido para compra. Muitas pessoas erram alugando um imóvel acima de suas reais possibilidades, e assim, não sobra dinheiro para poupar.

Assim, foi proposta aos alunos uma situação que iria requerer certos sacrifícios temporários, porque seria necessário alugar um imóvel simples, de modo que esse aluguel custasse menos que o valor dos juros que se deveria pagar. Solicitamos aos alunos que considerassem o aluguel de uma kitnet, no valor de R$ 220,00 mensais, e fizessem uma projeção do que ocorre se o dinheiro excedente, para completar os R$ 530,00, for poupado por um período de 24 meses, utilizando como depósito inicial o mesmo valor que seria dado como entrada na aquisição de um imóvel financiado. Para isso, construíram a tabela a seguir:

**Tabela 23 –** Depósito inicial de R$ 5.887,00 a 0,65% ao mês, com depósitos periódicos.

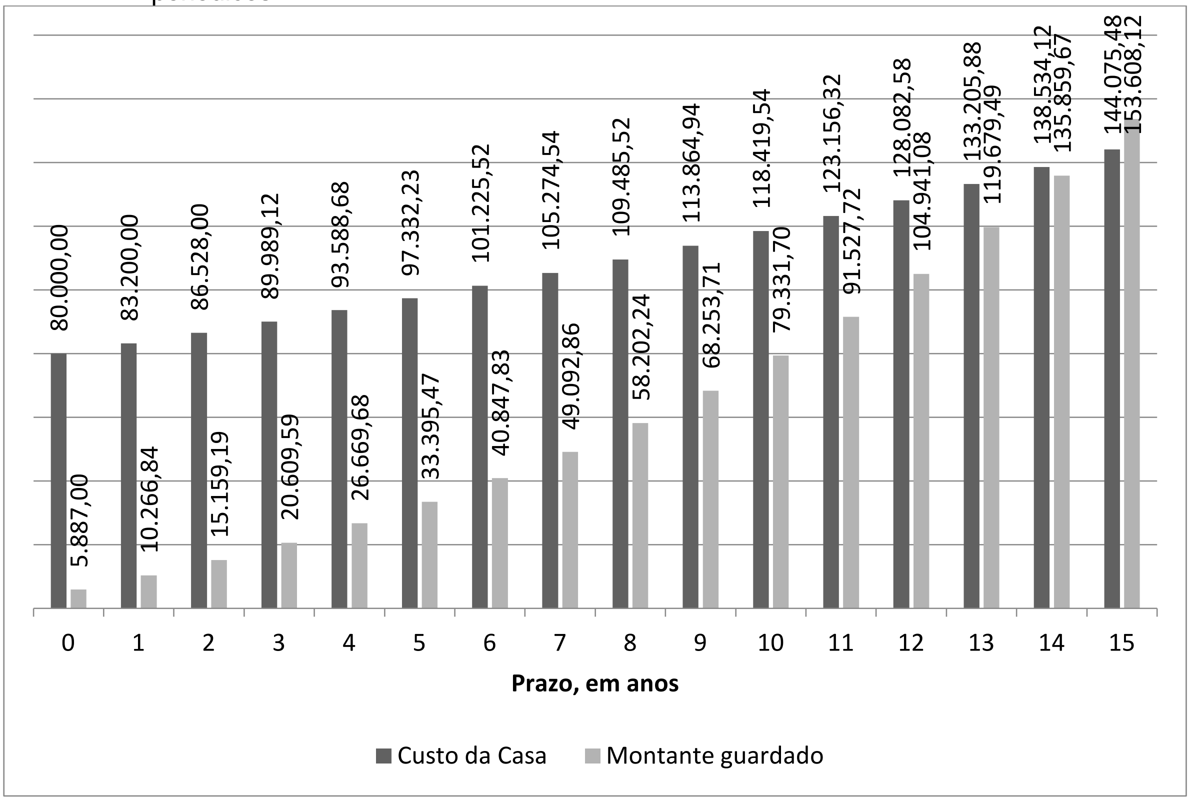
| Período | Saldo | Aplicação Mensal | Juros do mês | Montante |
|---:|---:|---:|---:|---:|
| 1 | 5.887,00 | 310,00 | 40,28 | 6.237,28 |
| 2 | 6.547,28 | 310,00 | 44,57 | 6.591,85 |
| 3 | 6.901,85 | 310,00 | 46,88 | 6.948,73 |
| 4 | 7.258,73 | 310,00 | 49,20 | 7.307,93 |
| 5 | 7.617,93 | 310,00 | 51,53 | 7.669,46 |
| 6 | 7.979,46 | 310,00 | 53,88 | 8.033,34 |
| 7 | 8.343,34 | 310,00 | 56,25 | 8.399,59 |
| 8 | 8.709,59 | 310,00 | 58,63 | 8.768,21 |
| 9 | 9.078,21 | 310,00 | 61,02 | 9.139,24 |
| 10 | 9.449,24 | 310,00 | 63,44 | 9.512,67 |
| 11 | 9.822,67 | 310,00 | 65,86 | 9.888,53 |
| 12 | 10.198,53 | 310,00 | 68,31 | 10.266,84 |
| 13 | 10.589,24 | 322,40 | 70,93 | 10.660,17 |
| 14 | 10.982,57 | 322,40 | 73,48 | 11.056,05 |
| 15 | 11.378,45 | 322,40 | 76,06 | 11.454,50 |
| 16 | 11.776,90 | 322,40 | 78,65 | 11.855,55 |
| 17 | 12.177,95 | 322,40 | 81,25 | 12.259,20 |
| 18 | 12.581,60 | 322,40 | 83,88 | 12.665,48 |
| 19 | 12.987,88 | 322,40 | 86,52 | 13.074,39 |
| 20 | 13.396,79 | 322,40 | 89,17 | 13.485,97 |
| 21 | 13.808,37 | 322,40 | 91,85 | 13.900,22 |
| 22 | 14.222,62 | 322,40 | 94,54 | 14.317,16 |
| 23 | 14.639,56 | 322,40 | 97,25 | 14.736,81 |
| 24 | 15.059,21 | 322,40 | 99,98 | 15.159,19 |

FONTE: o autor.

Nesta tabela, o valor da aplicação mensal sofreu reajuste do valor da inflação prevista de 4% ao ano no início do segundo ano. Os juros foram cobrados sobre o saldo do mês acrescidos da aplicação mensal e o montante é o resultado da soma dos juros do mês com o saldo. Podemos observar que, em dois anos, o valor acumulado é de mais de R$ 15.000,00.

Depois disso, foi realizada uma atividade para simulação da extensão dessa poupança por um período maior, corrigindo anualmente o valor depositado, em comparação ao valor de uma casa de R$ 80.000,00, supondo uma inflação de 4% ao ano[12]:

**Figura 7 –** Comparação entre valores valor da casa e do montante acumulado com depósitos periódicos.




FONTE: o autor.

Assim, pela figura 7, se observou que, em 15 anos, a tendência é que a pessoa tenha dinheiro suficiente para comprar a casa à vista. Como resultado da análise, os alunos notaram que os valores correspondentes a 15 anos de poupança,

[12] Trabalhamos aqui, com a meta do governo. Caso o valor real da inflação seja diferente disso, basta utilizar a taxa real para determinar os valores do ano seguinte, e como o valor da casa e o valor do depósito mensal serão corrigidos, não alterará sentido do raciocínio elaborado.

apresentados na figura 5, são maiores do que os valores totais obtidos da figura 4, e observaram que isso ocorre porque nesta tabela fizemos uma projeção dos preços de acordo com a inflação. Os valores da figura 7 também deveriam sofrer variação da TR, mas como estes dados são mais imprevisíveis, esta consideração não foi feita, pois aqui o objetivo era fazer o aluno pensar em alternativas, além daquela que está posta, que é simplesmente a adesão ao financiamento que os bancos oferecem.

Outro detalhe importante é que, a partir de certos valores acumulados, é possível conseguir taxas mais rentáveis com os bancos, e assim, é possível optar por financiamentos com prazos menores do que os apresentados inicialmente, desde que se tenha poupado um montante que possibilite uma entrada maior, ou seja, existem situações intermediárias que não exigem que a pessoa espere 15 anos para aquisição da casa própria, dependendo do tempo que cada pessoa é capaz de poupar para isso.

Em seguida, os alunos tiveram que fazer uma estimativa, usando a relação (2.9.3) para calcular o valor que deveria ser guardado mensalmente para acumular o valor que se deseja. Eles realizaram os cálculos e observaram que, a uma taxa de 0,65% ao mês, precisariam depositar, mensalmente, os valores colocados na tabela abaixo, para acumular o capital de R$ 80.000,00:

**Tabela 24 –** Valores mensais a serem depositados para acumular capital de R$ 80 mil.

| Período (em anos) | Valor do depósito mensal (em R$) |
|---|---|
| 1 | 6.431,68 |
| 2 | 3.090,89 |
| 3 | 1.979,53 |
| 4 | 1.425,53 |
| 5 | 1094,47 |
| 6 | 874,86 |
| 7 | 718,94 |
| 8 | 602,81 |
| 9 | 513,22 |
| 10 | 442,18 |

FONTE: o autor.

Provavelmente a casa não estará custando R$ 80 mil no futuro, uma vez que a tendência é que o valor das coisas evoluam juntamente com a inflação. Novamente aqui foi levantada a discussão da importância de promover a capitalização periódica da inflação no valor das parcelas depositadas para que, ao final do período, se tenha um montante com o valor de compra~~s~~ que os R$ 80 mil possuem hoje.

## 3.6 Pensando na aposentadoria

Em seu livro, Halfeld (2007, p. 101) afirma que "o maior desafio financeiro de nossas vidas não é a compra de um automóvel novo ou da casa própria. O mais difícil de tudo é ter recursos suficientes para nos mantermos com dignidade durante a velhice." Cícero, (citado por ZENTGRAF, 2010, p.106) diz:

> É a impetuosidade, a falta de percepção de que existe um amanhã no qual é preciso pensar, a absorção plena pelo 'aqui e agora', que faz os jovens ignorarem, nos primeiros anos de vida adulta, os cuidados com a aposentadoria. A prudência vem com os anos, mas, do ponto de vista financeiro, pode ser tarde para compensar a falta de preparação para o futuro durante 10 ou 20 anos da vida ativa da pessoa.

Considerando o que discutimos até aqui, podemos constatar que a maioria das pessoas precisam se conscientizar que às vezes é necessário abrir mão da satisfação daquele desejo de consumo imediato. É importante distinguir se de fato se *precisa* ou se *deseja* consumir, se simplesmente somos movidos pelo desejo de possuir aquele objeto para satisfazer uma vontade momentânea. Mesmo se uma compra é necessária, devemos questionar, por exemplo, a diferença que um celular básico ou um top de linha fará na necessidade de comprar um telefone. Se dentro de alguns anos isso fará diferença, ou quando estiver contando histórias para seus netos. Basta pensar em coisas simples que cada um fazia há 5 ou 6 anos e que hoje não são feitas. Por quê?

Para usufruir de uma aposentadoria tranquila, é necessário que haja uma preparação durante toda a vida. Cerbasi, (2004, p.68) fala dos efeitos dessa falta de preparação:

> Um dos momentos críticos da vida profissional é aquele em que se começa a sentir sinais de esgotamento. [...] a idade avança, o pique não é o mesmo, e tudo que esses profissionais queriam na vida seria poder ‘reduzir o ritmo’. Certamente vocês já ouviram comentários desse tipo. O drama é que a grande maioria das pessoas não pode se dar a tal luxo, pois são escravas de sua renda. Se pararem de trabalhar ou sofrerem redução de salário para uma eventual mudança de emprego, não conseguirão manter o padrão de vida. E a sonhada aposentadoria passa a ser adiada cada vez mais.

Martins, (2004, p.102), destaca a importância do acúmulo de dinheiro para complementar as necessidades na velhice:

> Ao contrário do que muitos pensam, o dinheiro não é uma questão material. O dinheiro tem uma função existencial: ele ajuda a conquistar tempo, liberdade e controle sobre nossa vida. Não é necessário ser rico para ser feliz; não é disso que se trata. Todavia, a falta de dinheiro gera sofrimentos, sobretudo na fase em que somos mais vulneráveis: a velhice. Quando chega essa fase, a falta de dinheiro produz insegurança, carências materiais e, por consequência, ausência de paz, tranquilidade e liberdade.

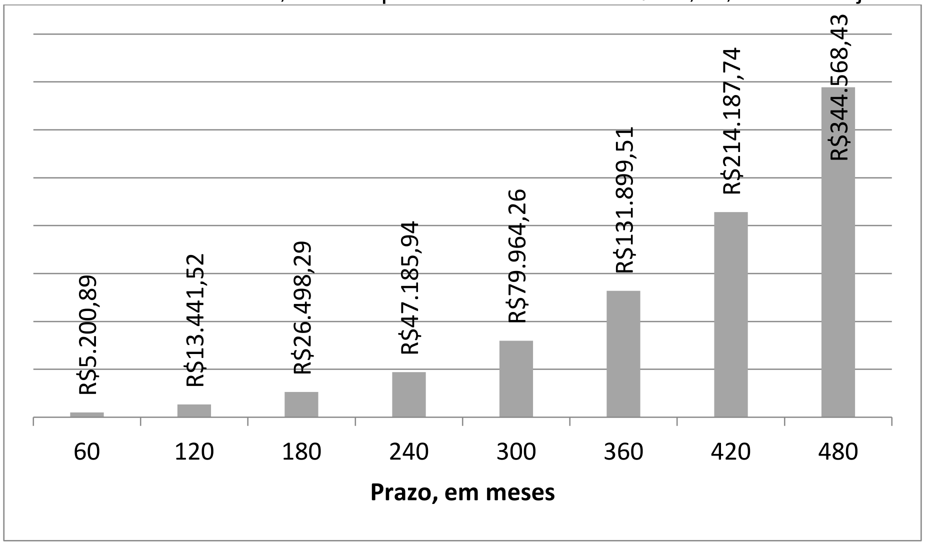
Embora os juros compostos possam ser cruéis quando são pagos em um financiamento, eles podem ser fundamentais quando se trata de juntar recursos financeiros e acumular bens para garantir uma vida digna e tranquila na velhice. Nesse caso, há duas possibilidades: mais tempo guardando ou maiores taxas nos investimentos que forem feitos ao longo da vida.

A fim de acumular um bom valor em dinheiro para conseguir se sustentar na velhice, consideraremos o princípio utilizado por Cerbasi (2004, p. 121): “Há dois caminhos mais amplamente utilizado por poupadores para alcançar um objetivo de investimento: o do valor mensal e o do valor percentual.” No primeiro, é necessário “[...] determinar uma meta de poupança a ser formada, estabelecer um prazo, e com base na rentabilidade obtida nos investimentos, chegar ao valor mensal a ser poupado.” No segundo, deve-se “determinar o valor percentual da renda mensal a ser poupada, sem prazo definido, até que atinjam a meta dos recursos acumulados nos investimentos”.

Com isso em mente, foi proposto aos alunos que montassem uma planilha eletrônica para cálculo do valor acumulado, a uma taxa de 0,65% ao mês e um prazo longo, baseados em um valor que corresponde a 10% do valor do salário mínimo, que, no ano de 2013 era de R$ 678,00. Para efeitos de cálculo, arredondaremos o valor do depósito para R$ 68,00.

Os resultados encontrados são dados na figura a seguir:

**Figura 8 –** Valores acumulados, com depósitos mensais de R$ 68,00, a taxa de juros de 0,65%.




FONTE: o autor.

É importante observar que o valor de R$ 344.568,43 daqui a 40 anos não possuirá o mesmo valor de compra do que hoje, devido à inflação. Dessa forma, é importante corrigir o valor mensal pela inflação ou pelo menos manter a proporção de 10% sobre o salário mínimo, uma vez que os aumentos do salário mínimo tendem a ser maiores ou iguais à inflação acumulada no ano.

Mesmo desconsiderando a inflação ou correção salarial nos cálculos, podemos observar facilmente que, a juros de 0,65% ao mês este montante é capaz de produzir uma renda mensal equivalente a $R\$\ 344.568{,}43 \times 0{,}0065 = R\$\ 2.239{,}69$, o que, somado ao valor recebido de aposentadoria da previdência social, certamente ajudaria muito a custear as despesas da velhice, e o montante de mais de R$ 344 mil seria preservado.

Outra possibilidade, caso a pessoa opte por não preservar o montante de R$ 344 mil, seria gastar esse valor mensalmente durante 20 anos (teoricamente dos 60 aos 80 anos), usando a relação (2.6.3), fazendo retiradas mensais de

$$P = \frac{R\$\ 344.568{,}43 \times 0{,}0065 \times (1{,}0065)^{240}}{(1{,}0065)^{240} - 1} = R\$\ 2.839{,}36,$$

para acrescentar ao valor de sua aposentadoria.

Outro fato a se considerar é que ao longo da vida profissional as pessoas tendem a progredir, e caso isso ocorra, os valores guardados mensalmente tendem a aumentar e os valores acumulados para a velhice também.

No caso estudado levamos em conta que uma pessoa possa construir um valor substancial para que esse possa ser útil para custear o tempo de idade avançada, a partir de rendimentos mensais. A vantagem de se fazer um planejamento semelhante a esse é que, além dos rendimentos, o “bolo” acumulado ao longo do tempo é de posse da pessoa, ao contrário dos planos de previdência, oferecido pelos bancos.

No entanto, caso não se queira participar de um sistema de acúmulo de capital como esse, seja por não haver condição de poupar, seja por falta de tempo - por exemplo, um profissional de 40 anos que queira se aposentar aos 60 - existe sempre a possibilidade de se contratar, junto a um banco, um plano de previdência privada que disponibiliza uma pensão mensal, mas que no entanto, não dá direito de posse dos valores acumulados ao longo do tempo. Esses valores serão utilizados para custear as despesas dos participantes desse tipo de previdência e, é claro, os lucros do banco.

Para finalizar a atividade, propusemos que cada aluno pensasse em uma renda complementar que gostariam de ter na aposentadoria. Os alunos foram questionados e a partir dos valores indicados, foi eleito o valor de R$ 3.000,00 mensais. Como média de idade dos alunos era de 15 anos, no momento, eles deveriam calcular quanto deveriam poupar mensalmente, para conseguir obter tal rendimento mensal, dos 55 aos 80 anos, de modo que ao completar os 80 se extinguisse o saldo poupado.

O raciocínio utilizado para resolver esse desafio consta no quadro a seguir:

De acordo com o que foi estudado em (2.9.4), o valor poupado mensalmente deveria ser

$$P = \frac{R\$\ 3.000{,}00 \times [(1{,}0065)^{300} - 1]}{(1{,}0065)^{300} \times [(1{,}0065)^{480} - 1]} = R\$\ 120{,}01.$$

QUADRO 25: Determinação do valor necessário de poupança, à taxa de 0,65% ao mês, durante 40 anos, para 25 anos de benefício de R$ 3.000,00 mensais.
FONTE: o autor.

Por (2.9.2), o valor acumulado será de

$$A = \frac{120{,}01}{0{,}0065} \times [(1{,}0065)^{480} - 1] = R\$\ 395.458{,}54.$$

Caso a pessoa queira fazer retiradas apenas dos juros correspondentes, poderá sacar mensalmente o valor de $R\$\ 395.458{,}54 \times 0{,}0065 = R\$\ 2.570{,}48$, que ela ainda irá manter o valor de R$ 395.458,54 para eventualidades, ou como herança para seus familiares.

Os alunos também levantaram a possibilidade de prosseguir deixando na aplicação a poupança mensal de R$ 120,01, descontado dos R$ 2.570,48, para fazer com que aquele valor continue acumulando. O que os alunos perceberam é que, uma vez tendo o dinheiro, são infinitas as possibilidades do que se fazer com ele, muito ao contrário do que vai ocorrer com quem não se programou para enfrentar essa fase da vida que irá chegar um dia.

## CONCLUSÃO

Esse trabalho teve como objetivo explorar os conteúdos básicos da Matemática financeira, discutir sobre assuntos importantes da vida financeira das pessoas, e estimular os alunos a refletirem sobre a necessidade de satisfazer certos desejos, em nome da sensação de bem estar e poder, e sobre as consequências de suas escolhas para o futuro. Com esse intuito propusemos aos alunos o estudo de porcentagens, juros, prestações, tabelas de financiamentos e cálculos para acumulação de capital.

Além disso, durante todo esse processo, foi debatida a importância do consumo consciente. Discutimos a matemática financeira aplicada ao cotidiano como, por exemplo, na venda e troca de automóveis, alugueis, declaração de imposto de renda, entre outros temas pertinentes a tomada de decisões de um cidadão comum. Trabalhamos com a ideia de se fazer boas escolhas quando se trata das aplicações financeiras e do quanto é importante o planejamento e a organização quando se trata da educação financeira.

Como consequência da leitura, dos debates e dos estudos, alguns tópicos pertinentes foram estudados com maior profundidade, os quais foram relatados na seção 3 desse texto. A primeira atividade desenvolvida foi o jogo “Banco Imobiliário”. A partir deste jogo, os alunos tiveram a experiência lúdica de tomar decisões sobre compra, venda e a administração do dinheiro. Eles puderam perceber, com a utilização do jogo, que a estratégia e o planejamento na tomada de decisões foram mais importantes do que a sorte, para o resultado final. Como poucos alunos tinham conhecimento do jogo, a atividade proporcionou à maioria uma sensação de descoberta e os levou a um interesse maior sobre o assunto abordado.

Ao abordarmos o uso do cartão de crédito, realizamos uma pesquisa sobre as taxas de crédito que estavam sendo praticadas pelo mercado e elaboramos uma atividade para explorar o conceitos de desconto para compra à vista e o conceito de juro para o pagamento parcelado. Nessa atividade, foram construídas tabelas para a simulação de alternativas de pagamentos e desenvolvidos alguns quadros de raciocínio. Com a atividade verificamos que a melhor alternativa é comprar um determinado produto à vista, desde que lhe seja concedido desconto. Caso este produto seja vendido pelo mesmo valor em 10 vezes sem juros no cartão de crédito, é mais interessante depositar o valor integral e fazer retiradas periódicas para a quitação do valor da parcela, sempre quitando o valor integral da fatura de cartão de crédito, evitando sempre realizar o pagamento do valor mínimo da fatura, uma vez que o valor da dívida sofre a incidência de juros compostos. Uma consequência é a situação de endividamento que pesa atualmente sobre muitos brasileiros.

A mesma atividade explorou alternativas de crédito para livrar um determinado cidadão do endividamento. Foi possível concluir que, numa situação como esta, é interessante que ele busque no mercado taxas de juros mais baixas e faça a renegociação dessa dívida. Nesse quesito, créditos consignados e empréstimos pessoais se mostraram mais vantajosos, quando comparados aos juros do cartão de crédito e do cheque especial.

Ao serem questionados sobre a vontade de ter um carro próprio, a maioria dos alunos demonstraram interesse. Assim, propusemos uma atividade objetivando quantificar os gastos que essa aquisição acarreta ao proprietário. Os cálculos foram realizados sobre o valor de um automóvel popular, já que, para carros mais sofisticados e mais caros, os valores tendem a ser maiores.

Pudemos perceber nessa atividade que o valor que se perde com um automóvel popular que custa R$ 30.000,00, em três anos, é superior a R$ 32.000,00, enquanto que, após três anos de uso, o mesmo veículo valerá pouco menos de R$ 22.000,00. Propusemos que, alternativamente a compra do veículo, fosse considerada a situação na qual a pessoa optasse por aplicar o capital a 0,65% ao mês, e comprasse um veículo com três anos de uso, três anos mais tarde. Os alunos concluíram que nesse caso a pessoa poderá ter um lucro de mais de R$ 16.000,00, apenas com a decisão de deixar de consumir um bem no presente para consumi-lo no futuro.

Na mesma atividade, simulamos a compra de um veículo com prazos que variaram de 1 a 5 anos. Foi possível observar que, na medida em que os prazos são maiores, os juros médios na parcela também serão. Sendo assim, foi possível levar os alunos a reconhecerem que um automóvel não é um investimento e sim um bem passivo, que ao invés de render lucros, proporciona despesas, e que, na medida do possível, uma pessoa só deve possuir um veículo apenas se for realmente necessário.

Em seguida, discutimos o salário do trabalhador brasileiro. A atividade possibilitou que os alunos entendessem quais são os tributos que o trabalhador precisa pagar mensalmente.

Foram tratados os diversos tipos de tributação, tanto mensal como anual. Com o exercício, os alunos aprenderam a fazer a declaração anual de imposto de renda para pessoa física e quais as despesas a deduzir do imposto de renda, assim, e perceberam que, quanto maior é o salário bruto de alguém, maior é o valor bruto de imposto a ser pago. A relevância de tal assunto se justifica devido ao fato de que, atualmente, qualquer trabalhador que ganhe mais do que aproximadamente 2,5 salários mínimos, precisa pagar este imposto.

Discutimos em seguida a compra da casa própria. Com este estudo, os alunos puderam refletir sobre o consenso popular de que, pagar o financiamento de uma casa é sempre melhor do que pagar o aluguel de uma. A atividade possibilitou aos alunos perceberem que isso nem sempre é verdade, já que, quando uma pessoa adquire um financiamento, ela adquire uma dívida. Estudando os sistemas de financiamento, juros e prazos, os alunos verificaram que, se uma pessoa conseguir poupar por um determinado tempo, mesmo que ela tenha que pagar aluguel de um imóvel de padrão inferior, com o intuito de comprar à vista, ou pelo menos conseguir financiar um valor menor, isso fará com que ela pague menos juros sobre o bem que está sendo adquirido, tornando o aluguel uma opção interessante.

Nessa atividade, foram amplamente explorados os sistemas de amortizações SAC e Price e se observou que ambos possuem certas vantagens e desvantagens em valores absolutos. Enquanto que a primeira opção proporciona uma soma total de juros menores a serem pagos, a segunda proporciona uma parcela inicial menor, o que faria com que mais pessoas tivessem a possibilidade de ter acesso a esse crédito.

Finalizando, foi proposta uma atividade sobre o princípio da acumulação de capital para a fase em que a pessoa se retira da vida profissional. Se o indivíduo tiver direito a uma aposentadoria, existe um teto para o seu valor, ou seja, na fase da vida que mais se terá despesas com a saúde, por exemplo, muitas pessoas precisam fazer sacrifícios por conta da redução dos seus rendimentos.

Como a atividade é na verdade uma aplicação das progressões geométricas, foram estipulados valores complementares à aposentadoria citada acima, bem como o tempo pelo qual se deseja receber esses valores e o tempo que temos até o início desses recebimentos. Os alunos perceberam que, estipulado o valor a ser recebido, quanto maior o tempo de contribuição, menores devem ser os valores guardados mensalmente. Caso se diminua o tempo de contribuição, os valores mensais precisam ser maiores.

Este conjunto de atividades proporcionou aos alunos, além da revisão de alguns conceitos e aprendizagem de outros, momentos de reflexão e questionamentos a ideias de senso comum que, devido ao conhecimento que a matemática financeira lhes proporcionou, terão maior probabilidade de tomarem decisões corretas quando situações de escolha se apresentar no futuro, em comparação a alunos que nunca pararam para pensar sobre isso.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANEFAC, Associação nacional dos Executivos de Finanças, Administração e Contabilidade: Releases. Disponível em <<http://www.anefac.com.br/paginas.aspx?ID=588>>. Acesso em 23/12/2013.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Relatório de Inflação.** v. 15. n. 1. Brasília: Copom, 2013. Disponível em << http://www.bcb.gov.br/htms/relinf/port/2013/03/ri201303P.pdf>>. Acesso em 21/12/2013.

_____. **Relatório de Inflação.** v. 15. n. 3. Brasília: Copom, 2013. Disponível em <<http://www.bcb.gov.br/htms/relinf/port/2013/09/ri201309P.pdf>>. Acesso em 21/12/2013.

BOULOS, Paulo. **Pré-Calculo.** São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2001.

BRASIL. Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos. **Lei n. 10.887**, de 18 de junho de 2004. Dispõe sobre a aplicação de disposições da Emenda Constitucional no 41, de 19 de dezembro de 2003, altera dispositivos das Leis nos 9.717, de 27 de novembro de 1998, 8.213, de 24 de julho de 1991, 9.532, de 10 de dezembro de 1997, e dá outras providências. Publicado no DOU de 21/06/2024. Disponível em <<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/l10.887.htm>>. Acesso em 14/12/1013.

_____. Casa Civil, Subchefia para assuntos jurídicos. **Lei n. 12.618**, de 30 de abril de 2012. Institui o regime de previdência complementar para os servidores públicos federais titulares de cargo efetivo, inclusive os membros dos órgãos que menciona; fixa o limite máximo para a concessão de aposentadorias e pensões pelo regime de previdência de que trata o art. 40 da Constituição Federal; autoriza a criação de 3 (três) entidades fechadas de previdência complementar, denominadas Fundação de Previdência Complementar do Servidor Público Federal do Poder Executivo (Funpresp-Exe), Fundação de Previdência Complementar do Servidor Público Federal do Poder Legislativo (Funpresp-Leg) e Fundação de Previdência Complementar do Servidor Público Federal do Poder Judiciário (Funpresp-Jud); altera dispositivos da Lei no 10.887, de 18 de junho de 2004; e dá outras providências. Publicado no DOU de 02/05/2012. Disponível em <<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2011-2014/2012/Lei/L12618.htm>>. Acesso em 14/12/2013.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio.** Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. v.2. Brasília: MEC, 2006. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>>. Acesso em 07/01/2014.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. PCN (3º e 4º ciclos do ensino fundamental).

Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br>>. Acesso em 22/07/2013.

BRUNI, Adriano Leal; FAMÁ, Rubens. **A matemática das finanças.** São Paulo: Atlas, 2003.

Caixa Econômica Federal. **Habitação.** Disponível em <<http://www.caixa.gov.br/novo_habitacao/Minha_Casa/index.asp>>. Acesso em 01/01/2014.

_____. **Realease Habitação.** Disponível em <<http://www1.caixa.gov.br/imprensa/imprensa_release.asp?codigo=7012798&tipo_noticia=#a>>. Acesso em 01/01/2014.

Cálculo Exato. **Salário anual.** Disponível em <<http://calculoexato.com.br/result.aspx?codMenu=TrabSalAnual>>. Acesso em 31/12/2013.

CERBASI, Gustavo. **Casais inteligentes enriquecem juntos:** finanças para casais. 37. ed. São Paulo: Editora Gente, 2004.

_____. **Filhos inteligentes enriquecem sozinho –** como preparar seus filhos para lidar com o dinheiro. 1. ed. São Paulo: Editora Gente, 2006.

Exame.com. **Negócios.** Abrasel pede queda da taxa de administrações de cartões. Disponível em <http://exame.abril.com.br/negocios/noticias/abrasel-pede-queda-da-taxa-de-administracao-de-cartoes>. Acesso em 25/03/2014.

Folha de São Paulo. **Mercado.** Bancos e governo ganham com desconhecimento financeiro. Disponível em <<http://www1.folha.uol.com.br/fsp/dinheiro/fi1805200929.htm>>. Acesso em 24/03/2014.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. **Matemática Fundamental:** uma nova abordagem. 2.ed. São Paulo: FTD, 2011.

Guia Trabalhista. **Incidências sobre férias –** procedimentos. Disponível em <<http://www.guiatrabalhista.com.br/noticias/incidencia_ferias.htm>>. Acesso em 31/12/2013.

HALFELD, Mauro. **Investimentos:** como administrar melhor seu dinheiro. 3. ed. São Paulo, SP: Editora Fundamento Educacional, 2007.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSAJN, David; PÉRIGO, Roberto. **Matemática**: volume único. 5. ed. São Paulo: Atual, 2011.

InfoMoney. **Pagamento mínimo: você sabe calcular sua dívida do cartão de crédito?** Disponível em <<http://www.infomoney.com.br/minhas-financas/noticia/374949/pagamento-minimo-voce-sabe-calcular-sua-divida-cartao-credito>> Acesso em 24/12/2013.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio.** v. 2. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MARTINS, José Pio. **Educação Financeira ao alcance de todos:** adquirindo conhecimentos financeiros em linguagem simples. 1.ed. São Paulo – SP: Editora Fundamento Educacional, 2004.

Ministério da Previdência Social. **Tabela de Contribuição Mensal.** Disponível em <<http://www.previdencia.gov.br/tabela-de-contribuio-mensal/>>. Acesso em 25/12/2013.

O pequeno investidor. **Minha casa, Minha vida:** regras e problemas. Disponível em <<http://www.opequenoinvestidor.com.br/2011/02/minha-casa-minha-vida-regras-e-problemas/>>. Acesso em 28/02/2014.

PARANÁ, Secretaria de Estado de Educação. **Diretrizes curriculares estaduais –** Matemática. Curitiba, SEED, 2006. Disponível em <<http://www.nre.seed.pr.gov.br/irati/arquivos/File/matematica.pdf>>. Acesso em 22/07/2013.

Receita Federal. **Declaração do Imposto de Renda da Pessoa Física 2013.** Disponível em <<http://www.receita.fazenda.gov.br/Principal/Declaracoes/declaraIRPF.htm>>. Acesso em 25/12/2013.

Revista EXAME. **Os bancos com os piores e os melhores juros de consignado.** Disponível em <<http://exame.abril.com.br/seu-dinheiro/noticias/o-banco-com-os-piores-e-melhores-juros-de-credito-consignado>>. Acesso em 24/12/2013.

SAMANEZ, Carlos Patrício. **Matemática Financeira:** Aplicações à análise de investimentos. 3. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2002.

Universidade Estadual de Ponta Grossa. Biblioteca Central Prof. Faris Michaele. **Manual de normalização bibliográfica para trabalhos científicos.** 3. ed. ver. Ponta Grossa: UEPG, 2010.

Uol Economia. **Imposto de Renda e INSS: entenda os descontos no seu salário.** Disponível em <<http://economia.uol.com.br/empregos-e-carreiras/noticias/redacao/2013/01/01/imposto-de-renda-e-inss-entenda-os-descontos-no-seu-salario.htm>>. Acesso em 26/12/2013.

Uol Economia. **Minha casa minha vida resgata "Tabela Price" em financiamentos.** Disponível em << http://economia.terra.com.br/minha-casa-minha-vida-resgata-tabela-price-em-financiamentos,81189165771a0410VgnCLD200000bbcceb0aRCRD.html>>. Acesso em 28/02/2013.

ZENTGRAF, Roberto; GIANBIAGI, Fabio. **O futuro é hoje:** educação financeira para não economistas. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.