

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

GEFERSON BERNARDINI

**UMA ATIVIDADE DIDÁTICA ENVOLVENDO ÁREA E VOLUME DO CILINDRO E
DE PRISMAS**

**SÃO CARLOS
2014**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

GEFERSON BERNARDINI

**UMA ATIVIDADE DIDÁTICA ENVOLVENDO ÁREA E VOLUME DO CILINDRO E
DE PRISMAS**

**Dissertação de mestrado profissional
apresentada ao Programa de Mestrado
Profissional em Matemática em Rede
Nacional (PROFMAT) – Universidade Federal
de São Carlos, como parte dos requisitos
para obtenção do título de Mestre.**

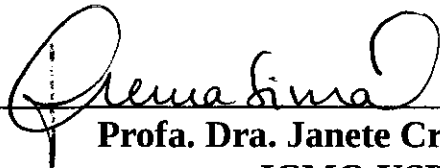
Orientador: Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini

**SÃO CARLOS
2014**

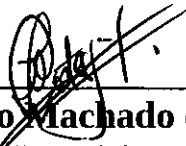
Banca Examinadora



Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini
DM-UFSCar



Profa. Dra. Janete Crema Simal
ICMC-USP



Prof. Dr. Ivo Machado da Costa
DM-UFSCar

À Tânia, minha esposa, companheira, por ser minha fortaleza, meu porto seguro e pelo apoio incondicional durante toda minha caminhada, amo você.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus, pela vida e por toda força, motivação e disposição necessária para vencer as barreiras encontradas no caminho.

Aos meus familiares, que sempre festejaram minhas conquistas. Principalmente meu pai, Gerson (em memória), minha mãe, Angela, e minha irmã, Gleice, por me incentivar e pelos momentos de felicidade.

Minha esposa Tânia, pela compreensão nos momentos difíceis e por estar ao meu lado me apoiando e incentivando. Muito obrigado pelo amor e carinho.

Agradeço a todos os alunos da turma 2012 da UFSCar, pela amizade, pelo companheirismo e pela cumplicidade que contribuíram com a minha formação.

Aos Professores do Profmat, meus sinceros agradecimentos. Uma equipe muito dedicada e comprometida com todos os alunos. Em especial quero agradecer ao meu orientador o Prof. Roberto Ribeiro Paterlini por acreditar no meu trabalho, pela paciência, toda dedicação, toda calma e contribuir para a conclusão deste sonho.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta didática para aulas de Geometria Espacial no Ensino Médio. Fomos levados a criar essa proposta a partir de nossa experiência como professor, quando observamos que o estudo desse conteúdo necessita de atividades de experimentação e contextualização. O estudo da Geometria Espacial é de grande importância no Ensino Médio. Contribui para o desenvolvimento da capacidade de abstração, resolução de problemas práticos do cotidiano, e ajuda a adquirir habilidades como estimar e comparar resultados, reconhecer propriedades das formas geométricas, calcular áreas, volumes e trabalhar com diferentes unidades de medida. Nosso trabalho usa como motivação o problema de construir um silo para armazenamento de grãos, para isso é preciso comparar os volumes dos prismas de base triangular, quadrada, hexagonal e do cilindro, sem a tampa, altura e área total da superfície fixa para escolher o formato que apresente o maior volume. Nosso trabalho não tem o objetivo de definir ou obter fórmulas para calcular áreas e volumes. O foco principal deste trabalho é desenvolver a capacidade de manipular tais fórmulas e outros conhecimentos, como por exemplo, resolver equações do segundo grau, utilizar o teorema de Pitágoras e utilizar corretamente a calculadora para resolver um problema prático. Esta atividade foi aplicada em três turmas da segunda série do Ensino Médio de uma escola da Rede Estadual de Ensino de São Paulo em Agudos. Para isso foram utilizadas duas aulas de 100 minutos. Os alunos gostaram da atividade que foi realizada em grupos de três e a aula transcorreu sem complicações. Trata-se de uma sequência didática que não requer muitos recursos e pode ser útil para os professores que pretendam trabalhar o tema de maneira contextualizada. Nossa proposta adota sugestões dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e acreditamos que pode ser utilizada por colegas professores, aos quais nosso produto está disponível.

Palavras-chave: Ensino de Geometria Espacial, área da superfície e volume de prismas e do cilindro, máximos e mínimos.

ABSTRACT

This paper presents a didactic proposal for Spatial Geometry classes in High School. We were taken to create this proposal from our experience as a teacher, when we observed that the study of this content requires experimentation and contextualization activities. The study of the Spatial Geometry is of great importance in High School. It contributes to the development of the capacity of abstraction, solving practical problems of everyday life and helps to acquire skills to estimate and compare results, recognize properties of geometric shapes, calculate areas, volume and working with different units of measure. Our work uses as motivation the problem of constructing a silo for grain storage, for this it is necessary to compare the volumes of the prisms with triangular, square and hexagonal base and of the cylinder without the cover, height and total area of the fixed surface to choose the format representing the highest volume. Our work is not intended to define or obtain formulas to calculate areas and volumes. The main focus of this work is to develop the ability to manipulate these formulas and other knowledge, such as solving quadratic equation, using the Pythagorean theorem, and correctly use the calculator to solve a practical problem. This activity has been applied to three classes of Second Grade High School students in a State School of São Paulo in Agudos town. For this purpose two classes of 100 minutes were used. The pupils enjoyed the activity that was carried out in groups of three and the lesson was without complications. This is a didactic sequence that does not require many resources and may be useful for teachers who want to work the theme in context. Our proposal adopts suggestions from the National Curricular Parameters (NCP) and we believe that can be used by fellow teachers, to which our product is available.

Keywords: Teaching of spatial geometry, surface area and volume of prisms and cylinder, maximums and minimums.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Texto da folha de atividade 1	37
Figura 2: Problema da folha de atividade 1	38
Figura 3: Dica da folha de atividade 1	39
Figura 4: Item 1 da folha de atividade 1	40
Figura 5: Item 2 da folha de atividade 1	41
Figura 6: Item 3 da folha de atividade 1	42
Figura 7: Item 4 da folha de atividade 1	42
Figura 8: Item 5 da folha de atividade 1	44
Figura 9: Item 6 da folha de atividade 1	44
Figura 10: Item 7 da folha de atividade 1	45
Figura 11: Item 8 da folha de atividade 1	45
Figura 12: Item 9 da folha de atividade 1	46
Figura 13: Item 10 da folha de atividade 1	46
Figura 14: Item 11 da folha de atividade 1	46
Figura 15: Item 1 da folha de atividade 2	47
Figura 16: Item 3 da folha de atividade 2	48
Figura 17: Item 3 da folha de atividade 2	49
Figura 18: Item 4 da folha de atividade 2	49
Figura 19: Item 5 da folha de atividade 2	50
Figura 20: Item 6 da folha de atividade 2	50
Figura 21: Item 7 da folha de atividade 2	51
Figura 22: Item 8 da folha de atividade 2	52
Figura 23: Item 9 da folha de atividade 2	52
Figura 24: Item 10 da folha de atividade 2	53
Figura 25: Item 11 da folha de atividade 2	53
Figura 26: Item 13 da folha de atividade 2	54
Figura 27: Item 13 da folha de atividade 2	54
Figura 28: Item 14 da folha de atividade 2	54
Figura 29: Item 15 da folha de atividade 2	55
Figura 30: Item 16 da folha de atividade 2	55
Figura 31: Item 17 da folha de atividade 2	56
Figura 32: Sala dividida em grupos	59
Figura 33: Grupo iniciando o item 1	60
Figura 34: Resposta correta de um grupo para o item 1 da folha de atividade 1	61
Figura 35: Resposta correta de um grupo para o item 2 da folha de atividade 1	62
Figura 36: Resposta correta de um grupo para o item 3 da folha de atividade 1	63
Figura 37: Resposta correta de um grupo para o item 4 da folha de atividade 1	63
Figura 38: Resposta incorreta de um grupo para o item 4 da folha de atividade 1	64
Figura 39: Resposta correta de um grupo para o item 5 da folha de atividade 1	64
Figura 40: Resposta correta de um grupo para o item 6 da folha de atividade 1	65
Figura 41: Resposta parcialmente correta para o item 6 da folha de atividade 1	65
Figura 42: Resposta correta de um grupo para o item 7 da folha de atividade 1	66

Figura 43: Resposta incorreta de um grupo para o item 7 da folha de atividade 1 ...	67
Figura 44: Resposta correta de um grupo para o item 8 da folha de atividade 1	68
Figura 45: Resposta incorreta de um grupo para o item 8 da folha de atividade 1 ...	68
Figura 46: Resposta correta de um grupo para o item 9 da folha de atividade 1	69
Figura 47: Resposta incorreta de um grupo para o item 9 da folha de atividade 1 ...	69
Figura 48: Resposta correta de um grupo para o item 10 da folha de atividade 1	69
Figura 49: Resposta de um grupo para o item 11 da folha de atividade 1	70
Figura 51: Resposta correta de um grupo para o item 2 da folha de atividade 2	71
Figura 50: Resposta correta de um grupo para o item 1 da folha de atividade 2	71
Figura 52: Resposta correta de um grupo para o item 3 da folha de atividade 2	72
Figura 53: Resposta incorreta de um grupo para o item 3 da folha de atividade 2 ...	72
Figura 55: Resposta correta de um grupo para o item 5 da folha de atividade 2	73
Figura 54: Resposta correta de um grupo para o item 4 da folha de atividade 2	73
Figura 56: Resposta correta de um grupo para o item 6 da folha de atividade 2	74
Figura 57: Resposta correta de um grupo para o item 7 da folha de atividade 2	75
Figura 58: Resposta correta de um grupo para o item 8 da folha de atividade 2	75
Figura 59: Resposta correta de um grupo para o item 9 da folha de atividade 2	76
Figura 60: Resposta incorreta de um grupo para o item 9 da folha de atividade 2 ...	76
Figura 61: Resposta correta de um grupo para o item 10 da folha de atividade 2	77
Figura 62: Resposta considerada correta para o item 10 da folha de atividade 2	77
Figura 63: Resposta correta de um grupo para o item 11 da folha de atividade 2	78
Figura 64: Resposta considerada correta para o item 11 da folha de atividade 2	78
Figura 65: Resposta correta de um grupo para o item 12 da folha de atividade 2	79
Figura 66: Resposta considerada correta para o item 12 da folha de atividade 2	79
Figura 67: Resposta correta de um grupo para o item 13 da folha de atividade 2	79
Figura 68: Resposta correta de um grupo para o item 14 da folha de atividade 2	80
Figura 69: Resposta correta de um grupo para o item 15 da folha de atividade 2	80
Figura 70: Resposta incorreta de um grupo para o item 15 da folha de atividade 2 .	81
Figura 71: Resposta de um grupo para o item 16 da folha de atividade 2	81
Figura 72: Problema da folha de atividade 1 - Original	86
Figura 73: Problema da folha de atividade 1 - Modificado	87
Figura 74: Redação original do item 1 da folha de atividade 1	88
Figura 75: Redação modificada do item 1 da folha de atividade 1	88
Figura 76: Redação original do item 4 da folha de atividade 1	88
Figura 77: Redação modificada do item 4 da folha de atividade 1	88
Figura 78: Redação original do item 5 da folha de atividade 1	88
Figura 79: Redação modificada do item 5 da folha de atividade 1	88
Figura 80: Redação original do item 1 da folha de atividade 2	89
Figura 81: Redação modificada do item 1 da folha de atividade 2	89
Figura 82: Redação original do item 7 da folha de atividade 2	89
Figura 83: Redação modificada do item 7 da folha de atividade 2	89
Figura 84: Redação original do item 14 da folha de atividade 2	89
Figura 85: Redação modificada do item 14 da folha de atividade 2	89
Figura 86: Redação original do item 15 da folha de atividade 2	90

Figura 87: Redação modificada do item 15 da folha de atividade 2.....	90
Figura 88: Item 11 (folha de ativ. 1) e item 17 (folha de ativ. 2) - Original.....	90
Figura 89: Item 11 (folha de ativ. 1) e item 17 (folha de ativ. 2) - Modificado.....	91
Figura 90: Item 2 da folha de atividade 1 - Original	92
Figura 91: Item 2 da folha de atividade 1 - Modificado	92
Figura 92: Item 8 da folha de atividade 1 - Original	93
Figura 93: Item 8 da folha de atividade 1 - Modificado	93
Figura 94: Item 5 da folha de atividade 2 - Original	94
Figura 95: Item 5 da folha de atividade 2 - Modificado	94
Figura 96: Item 11 da folha de atividade 2 - Original	95
Figura 97: Item 11 da folha de atividade 2 - Modificado	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resultados da folha de atividade 1	82
Tabela 2: Resultados da folha de atividade 2	83

SUMÁRIO

Introdução.....	21
Capítulo 1	25
O ensino da Geometria Espacial	25
1.1 Introdução.....	25
1.2 A importância do ensino de Geometria na Matemática	25
1.3 Geometria Métrica Espacial no Ensino Médio	28
1.4 O ensino de Geometria Métrica Espacial segundo alguns livros didáticos	29
1.5 Conclusão.....	31
Capítulo 2	33
Descrição da Proposta Didática	33
2.1 Introdução.....	33
2.2 Descrição da Proposta Didática	33
2.3 Folhas de Atividades.....	35
2.4 Detalhando a Proposta Didática.....	36
2.4.1 Folha de Atividade 1	36
2.4.2 Folha de Atividade 2	47
2.5 Conclusão.....	56
Capítulo 3	57
Aplicação e Resultados.....	57
3.1 Introdução.....	57
3.2 Preparando os estudantes antes da aplicação.....	57
3.3 Uma breve descrição da escola e dos alunos participantes do projeto	57
3.4 Organização da sala de aula	58
3.5 Resultados.....	59
3.5.1 Folha de atividade 1	60
3.5.2 Folha de atividade 2	70
3.6 Resultados.....	82
Capítulo 4	85
Considerações Finais.....	85
4.1 Introdução.....	85
4.2 Modificações.....	85
4.3 Considerações finais.....	95

REFERÊNCIAS	99
Apêndice A	101
Apêndice B	115
Apêndice C	129

Introdução

Desde 2003 sou professor do ensino básico. Em geral leciono no Ensino Médio, e noto que os alunos apresentam muitas dificuldades quando se trata do estudo de Geometria Espacial, em particular, cálculo de áreas e volumes. Abordo esse assunto na segunda série do Ensino Médio. Acho preocupante a dificuldade apresentada pelos alunos, uma vez que o estudante já viu esse assunto no sexto e no oitavo ano do ensino fundamental, conforme prevê o Currículo de Matemática do Estado de São Paulo. Isso mostra que não houve aprendizado ou que o aprendizado não foi significativo.

Com essa vivência escolar e com o objetivo de tornar minhas aulas menos expositivas considero ser importante adotar uma proposta de estudo que traga oportunidades de proporcionar ao estudante mais iniciativa e autonomia.

O estudo de Geometria nas escolas brasileiras inicia-se no 6º e 8º ano do ensino fundamental e é retomado de forma sistemática na 2ª série do Ensino Médio.

Praticamente a totalidade dos livros didáticos inicia o estudo de Geometria Métrica apresentando, sem justificativas, fórmulas para cálculo de áreas de figuras planas: quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo, losango, trapézio e círculo. Em seguida propõem uma lista de exercícios nos quais o estudante não consegue perceber nenhuma aplicação prática no seu cotidiano, ele apenas aplica as fórmulas memorizadas inicialmente.

O objetivo destas notas não é propor maneiras de se obter ou de justificar matematicamente as fórmulas para o cálculo de áreas de figuras planas e as fórmulas para o cálculo de volume de sólidos geométricos, mas apresentar uma proposta de atividade desafiadora e significativa que desenvolva nos estudantes o raciocínio geométrico espacial e algébrico em um problema de máximos e mínimos. Propomos uma sequência didática para o estudo autônomo de Geometria Espacial que proporcione aos estudantes a oportunidade de aplicar e dar significado aos seus conhecimentos, permitindo que sejam indivíduos ativos no processo de ensino e aprendizagem evitando o excesso de aulas expositivas.

Em resumo nosso trabalho tem por meta construir um produto didático envolvendo Geometria Espacial, particularmente o cálculo de áreas e volume de

prismas e do cilindro. Em seguida, aplicamos essa aula na segunda série do Ensino Médio com a intenção de realizar um teste e verificar a necessidade de alterações. Pretendemos assim obter uma validação interna seguindo, em linhas gerais, as ideias da Engenharia Didática.

Engenharia Didática é um termo criado na França pela educadora Michèle Artigue, na década de 80. É uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro ao realizar um projeto. A Engenharia Didática, vista como método de validação de investigação pedagógica, segundo Almouloud(2008), *“caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em realizações didáticas em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise das seções de ensino.”*

Uma pesquisa fundamentada nos pressupostos da Engenharia Didática inclui quatro fases que estão presentes neste trabalho. Descrevemos abaixo cada uma e com qual capítulo deste trabalho está relacionada.

Fase 1: Análise prévia

Nessa etapa, realizamos uma análise de como habitualmente vem sendo ensinado o tema escolhido, para propor uma intervenção que mude para melhor a aula usual. Esta análise tem a finalidade de esclarecer os efeitos de um ensino tradicional, que tem falhas, as concepções dos alunos, as dificuldades e obstáculos que dificultam o aprendizado. A reflexão sobre esses entraves é o ponto de partida para criarmos alternativas para que o aprendizado significativo aconteça. Apresentamos essa etapa no Capítulo 1 – O ensino da Geometria Espacial.

Fase 2: Concepção e análise *a priori* de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas em sala de aula.

Nessa etapa, descrevemos nossas “folhas de atividades”, a intenção pedagógica na formulação de cada item e a metodologia utilizada na construção do produto didático, que tem como objetivo principal a manipulação de fórmulas para cálculo de áreas e volumes de prismas e do cilindro em uma situação contextualizada. Ainda nessa fase procuramos antecipar as respostas dadas pelos estudantes e prever possíveis dificuldades. Essa etapa é apresentada no Capítulo 2 – Descrição da Proposta Didática.

Fase 3: Implementação da experiência

Descrevemos como ocorreu a aplicação da proposta de sequência didática, como ela foi ministrada, de que forma se deu a participação dos estudantes, quantos alunos e quantas turmas participaram da pesquisa, as respostas apresentadas pelos alunos e que tipo de material pôde ser coletado para posterior análise. Apresentamos essa etapa no Capítulo 3 – Aplicação e Resultados.

Fase 4: Análise *a posteriori* e validação da experiência

Este é o momento de analisarmos o produto didático e propor ou não modificações. Nessa etapa, consideramos as produções dos estudantes e os resultados obtidos, comparando-se aquilo que foi pensado inicialmente com aquilo que pôde ser observado durante o processo de experimentação. Explicitam-se as hipóteses que foram consideradas válidas, sugerem-se modificações para as que não foram e é apresentada a versão final do produto didático. Essas considerações são feitas no Capítulo 4 – Considerações Finais.

Encerramos essa introdução observando que a confecção de um produto didático na forma de folha de atividades constituiu um desafio. Essa nova forma de apresentar as atividades aos alunos, que requer o mínimo de intervenção do professor e muda a dinâmica das aulas, nunca foi prática comum do autor dessas notas e talvez da maioria dos colegas professores. Tais procedimentos didáticos mostraram-se eficazes no que se refere ao aprendizado significativo dos estudantes da segunda série do Ensino Médio. Por fim, observo que a realização desse trabalho trouxe grande contribuição a minha prática docente e a escrita dessas notas proporcionou amplo amadurecimento na área de ensino da Matemática.

Capítulo 1

O ensino da Geometria Espacial

1.1 Introdução

O ensino de Geometria representa um ramo muito importante do conhecimento matemático. O desenvolvimento do raciocínio espacial por meio do uso das propriedades métricas e do pensamento lógico, transmitidos pela Matemática, faz parte da característica fundamental do ensino da Geometria que busca desenvolver a capacidade de observação, de abstração e de compreensão do espaço e dos objetos tridimensionais. Iniciamos esse capítulo discorrendo sobre a importância da Geometria na Matemática e no aprendizado dos estudantes. Em seguida, falamos sobre a presença e importância da Geometria Espacial no Ensino Médio e como os PCN's aconselham que o tema seja abordado. Por fim analisamos três livros didáticos utilizados no Ensino Médio no que se refere à abordagem de Geometria Espacial. Particularmente no ensino do cálculo de áreas e volume das formas geométricas, vemos que existem dificuldades no que se refere ao aprendizado dos alunos e na nossa prática docente.

1.2 A importância do ensino de Geometria na Matemática

A Geometria é um dos ramos mais antigos da Matemática. Eves (1997) sustenta essa afirmação ao dizer que a história da Geometria teve seu início com o uso da linguagem pictórica ou hieroglífica. Sua expansão ocorreu pela necessidade da prática da mensuração de áreas agrícolas, por volta do ano 3000 a.C., no Oriente. Etimologicamente o termo Geometria significa “medida da terra” (do grego geo = terra, metria = medida).

Até então o conhecimento geométrico, como qualquer outra forma de conhecimento, era empírico, rudimentar e brotava da observação do que o homem fazia em seu cotidiano. Os problemas geométricos eram resolvidos pela indução ou

empiricamente, ou seja, de maneira prática, sem que houvesse uma preocupação com formalidades teóricas. Porém, com o aperfeiçoamento das técnicas agrícolas, passou-se a exigir do homem um conhecimento mais elaborado da Matemática e especialmente da Geometria. Segundo Eves (1997, p. 56):

O período de 3000 a.C. a 525 a.C. testemunhou o nascimento de uma nova civilização humana cuja centelha foi uma revolução agrícola. Novas sociedades baseadas na economia agrícola emergiram da Névoa da Idade da Pedra nos vales dos rios Nilo, Amarelo, Indo, Tigre e Eufrates. Esses povos criaram escritas; trabalharam metais; construíram cidades; desenvolveram empiricamente a Matemática básica da agrimensura.

A Geometria permite a percepção e a visualização do espaço, o reconhecimento e a abstração de formas, bem como a capacidade de representá-las por meio do desenho ou da construção do que foi idealizado. Segundo Paterlini (2013):

Uma maneira de descrever a Geometria é dizer que ela tem como meta criar objetos abstratos para representação das formas do espaço circundante e estudar relações desses objetos entre si e com os números. Além disso, como disciplina da Matemática, a Geometria participa de seus métodos, e sua estruturação lógico-dedutiva constitui, na atualidade, a principal forma de organização e autoverificação de suas proposições.

A Geometria é rica em oportunidades para fazer explorações, representações, construções, discussões, de modo que o aluno pode investigar, descobrir, descrever e perceber propriedades. Nesse sentido, atividades que envolvam Geometria podem proporcionar o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo, já que pode favorecer a análise de fatos e relações, o estabelecimento entre eles e a dedução, é um componente importante, inclusive, no desenvolvimento da Aritmética e da Álgebra. Lopes (2005, p. 81) afirma que “o domínio dos conceitos geométricos básicos – como formas, medidas de comprimento, áreas e volumes - é essencial para a integração de um indivíduo à vida moderna”.

A Geometria está em toda parte, na natureza, na arquitetura, na construção, na arte estamos rodeados de Matemática. Lidamos com ela diariamente, a todo momento vemos objetos que nos fazem lembrar sólidos geométricos, lugares geométricos, figuras e transformações geométricas. Segundo Lorenzato (1995, p. 5):

A Geometria está em toda parte..., mas é preciso conseguir enxergá-la..., mesmo não querendo, lida-se no cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento,

área e volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso do lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente se está envolvido com a Geometria.

As ideias geométricas podem ser desenvolvidas a partir de atividades de ordenação, classificação de modelos de figuras planas e de sólidos.

A Geometria pode ser considerada como uma ferramenta muito importante para a descrição e inter-relação do homem com o espaço em que vive, já que pode ser considerada como a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade.

Os PCN's (BRASIL, 1998, p. 51) nos dizem que:

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.

A Geometria é um excelente apoio às outras disciplinas: como interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida sem ideias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental que a Geometria teve na conquista de conhecimentos artísticos, científico, em especial, matemáticos.

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico e o raciocínio visual e abstrato.

Sem essa habilidade, elas dificilmente conseguiriam resolver as situações de vida que fossem geometrizadas, também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria, a leitura interpretativa do mundo se tornaria incompleta, a comunicação das ideias ficaria reduzida e a visão da Matemática ficaria distorcida.

1.3 Geometria Métrica Espacial no Ensino Médio

A Matemática, de um modo geral, deve ser trabalhada visando o desenvolvimento de um conjunto de competências. No caso específico da Geometria Espacial isso também deve ocorrer de maneira que o aluno possa perceber a relação existente entre o que ele estiver estudando na sala de aula e o mundo, assim, o que ele estiver aprendendo passa a ter mais significado. O estudo da Geometria não pode ser abordado somente de forma teórica e sem aplicação prática. É comum o ensino de Geometria ficar para o final do ano letivo e faltar tempo para tratar do tema, ocasionando cortes de conteúdos importantes. A falta de tempo também faz o professor apresentar os conteúdos por meio do acúmulo de informação, memorização de fórmulas e realização de cálculos excessivos e sem sentido para os estudantes, abrindo mão da oportunidade de desenvolver o raciocínio dedutivo, a compreensão visual do espaço e de proporcionar um ensino significativo. Os PCN's (BRASIL, 1997, p. 119) nos dizem que:

A abordagem tradicional, que se restringe à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não é suficiente para explicar a estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, nem tampouco justifica a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas linhas paralelas e perpendiculares nas pinturas e esculturas. Ensinar Geometria no Ensino Médio deve possibilitar que essas questões aflorem e possam ser discutidas e analisadas pelos alunos.

O ensino de Geometria no Ensino Médio deve proporcionar ao estudante a leitura e interpretação do espaço que está a sua volta. Os PCN's deixam claro que um trabalho adequado de Geometria pode desenvolver as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções de problemas. Segundo os PCN's (BRASIL, 1997, p. 123):

Usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante deste tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas.

O ensino de Geometria no Ensino Médio está associado ao estudo das propriedades relacionadas à posição das formas e às medidas, possibilitando duas maneiras de pensar a Geometria: pela identificação das propriedades e pela quantificação de áreas, volumes e comprimentos. É possível identificar o ensino da

Geometria na escola com o estudo de objetos geométricos, suas relações e propriedades através de fórmulas específicas, mas também podemos entender esse ensino como o desenvolvimento do chamado raciocínio espacial.

A proposta, segundo os PCN's, é que Geometria Métrica Espacial seja estudada na segunda série do Ensino Médio. A principal estratégia para a abordagem do tema indicada nos Parâmetros Curriculares Nacionais, PCNEM, é a resolução de problemas aplicados em situações práticas. Os PCNEM (BRASIL, 1997, p. 129) nos dizem que:

Para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, a proposta dos PCNEM privilegia o tratamento de situações problema, preferencialmente tomadas em contexto real. A resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado.

Pode-se perceber então, que o ensino da Geometria voltado apenas para a visualização de formas, fórmulas e cálculos excessivos não contribui significativamente para desenvolver o raciocínio do aluno. É preciso a busca constante de novas possibilidades para o trabalho da Geometria em sala de aula, de situações didáticas eficazes e que realmente aproximem o estudante da proposta abordada e que estimulem a participação e a compreensão daquilo que está sendo proposto. O professor comprometido com seu trabalho estimula as diversas habilidades e competências de seus alunos, reflete diariamente sobre sua prática pedagógica e busca caminhos para superar as dificuldades encontradas.

1.4 O ensino de Geometria Métrica Espacial segundo alguns livros didáticos

Nesta seção faremos uma breve análise dos seguintes livros didáticos, “Matemática contexto e aplicações” de Luiz Roberto Dante, “Matemática ciência e aplicações” de Gelson Iezzi e outros e “Matemática Paiva” de Manoel Paiva sobre como deve ser abordado o tema Geometria espacial no Ensino Médio.

Segundo Dante (2011), o aluno de Ensino Médio já está familiarizado com os elementos geométricos e suas propriedades. Os conceitos são apresentados de maneira lógica, por entender que neste momento de sua formação ele está pronto para assimilá-la. Os conceitos primitivos, postulados e teoremas são apresentados e

trabalhados sem a formalidade das demonstrações. A maioria dos exercícios propõe que o aluno avalie se uma afirmação é verdadeira ou falsa utilizando sua consciência lógica. Porém, há a possibilidade de se trabalhar com enunciados contextualizados, como uma forma de condução do raciocínio lógico e de visualização. O estudo dos poliedros (prismas e pirâmides) focaliza áreas e volumes. Em conexão com a história da Matemática, o estudo de volumes é baseado no Princípio de Cavalieri. No estudo de áreas e volumes de corpos redondos (cilindro, cone e esfera), como aplicação prática, é abordada a área de um fuso esférico e o volume de uma cunha esférica. Com a motivação de interligar outras disciplinas e incentivar os alunos a aplicar os conceitos estudados em situações práticas e atuais, o assunto da água no mundo é abordado.

Segundo Iezzi et al. (2010), o aluno de Ensino Médio já possui maturidade suficiente para compreender a dedução de fórmulas de áreas de figuras planas. Iezzi et al. (2010) sugerem que o professor revise e aprofunde esse tema já trabalhado em ciclos anteriores sob forma de seminários com exemplos de aplicação. No estudo de Geometria Métrica Espacial, a sugestão é que se faça um trabalho informal e intuitivo no lugar de apresentar uma teoria baseada em postulados, proposições, teoremas e demonstrações. Iezzi et al. (2010) enfatizam a necessidade de que o aluno saiba a diferença entre uma definição, um postulado e uma propriedade. Não é recomendada a cobrança de demonstrações formais. Iezzi et al. (2010) ressaltam a importância do uso de material concreto para auxiliar na ilustração e formação de conceitos. No estudo de sólidos geométricos, o destaque é a resolução de problemas que interajam com o mundo real, por exemplo, a comparação do material necessário para confecção de duas embalagens distintas. Com relação ao volume a sugestão é estabelecer o padrão (cubo unitário), da mesma forma que podemos “chegar” à área do retângulo a partir do padrão (quadrado unitário). O Princípio de Cavalieri é usado para dedução das fórmulas dos volumes dos outros sólidos. É apresentada a possibilidade de realizar uma validação experimental com os alunos como, por exemplo, a relação entre o volume de um prisma e de uma pirâmide, aproveitando o momento para comentar que, na História da Matemática, muitas descobertas feitas experimentalmente só vieram a ser demonstradas muito tempo depois.

Segundo Paiva (2009), o estudante do Ensino Médio pode entender os três estágios do pensamento científico: concreto, concreto-abstrato e abstrato,

considerando-se a abstração como pensamento sobre um objeto ausente que pode existir concretamente ou não. O estudo de poliedros é introduzido através da manipulação de materiais concretos e passando para a abstração de outras situações. Os conceitos são desenvolvidos de maneira tradicional e articulados entre si, apoiados por uma boa quantidade de exemplos, de exercícios e de desenhos, favorecendo uma formação sólida. A Geometria é relacionada com outros campos e com aplicações práticas, como por exemplo, alguma atividade profissional. Paiva (2009) sugere que o estudo do volume de prismas, pirâmides e do cilindro seja realizado após a apresentação do Princípio de Cavalieri.

A Geometria é um campo de conhecimento reconhecido e de inquestionável importância para a formação dos alunos, pois, contribui para o desenvolvimento do raciocínio geométrico e de habilidades essenciais. Quando trabalhamos o ensino de Geometria na escola percebemos a dificuldade que os alunos apresentam em relacionar a teoria estudada com o seu cotidiano. Na análise dos livros didáticos notamos a existência de poucas oportunidades para os estudantes desenvolverem a capacidade de fazer essa relação. Isso nos levou a escolher esse tema e a elaborar um produto didático propondo uma atividade contextualizada com o propósito de ajudar os professores a superar tal dificuldade.

1.5 Conclusão

Nesse capítulo vimos a relevância do ensino de Geometria na Matemática, assim como sua importância para o estudante de Ensino Médio. Descrevemos os problemas que ocorrem na abordagem deste tema, assim como a necessidade de desenvolvermos um projeto que incentive os alunos a aplicar os conhecimentos de áreas e volumes em situações práticas e significativas, conforme determina os PCN's para o Ensino Médio.

Capítulo 2

Descrição da Proposta Didática

2.1 Introdução

Nesse capítulo descrevemos inicialmente nossa proposta didática enfatizando a metodologia utilizada “Ensino de Matemática através de Problemas”. Essa metodologia foi fortemente defendida por George Polya (1887 – 1995) e tem como foco principal proporcionar ao estudante a oportunidade de aprender a pensar. Em seguida, descrevemos o que são as folhas de atividades, explicando seu significado, como devem ser construídas e o que se espera alcançar com sua aplicação. Por último descrevemos item a item nosso produto didático.

2.2 Descrição da Proposta Didática

Propomos uma aula diferente daquela em que os alunos estão habituados. Uma aula onde a participação do professor seja mínima, deixando os estudantes livres para desenvolverem suas soluções. Nesta aula apresentamos uma situação problema em que os alunos, para encontrar a solução, devem aplicar os conceitos de área, volume de prismas e do cilindro, e outros conhecimentos matemáticos como o de unidades de medida, o de teorema de Pitágoras e o de resolução de equações do segundo grau.

O ponto de partida na elaboração desse material foi a metodologia “Ensino de Matemática através de Problemas”, pois acreditamos que este tipo de abordagem promove uma atitude investigativa, questionadora e autônoma, aspectos imprescindíveis para uma aprendizagem significativa.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006, p. 81) destacam o Ensino de Matemática através de Problemas como metodologia importante, sugerindo que: “... a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação-problema ao aluno...”.

Um dos defensores dessa metodologia, o matemático húngaro George Polya dizia que o ensino não é uma ciência exata e se aproxima mais de uma manifestação artística, já que depende dos personagens envolvidos e das condições locais (POLYA 1985).

Em seu artigo “O ensino por meio de problemas”, Polya (1985) afirma que não existe método de ensino que seja indiscutivelmente o melhor. Para se praticar um bom ensino é preciso considerar as necessidades locais da comunidade e então determinar os objetivos, os assuntos a serem ensinados e os métodos a serem utilizados. No ensino da Matemática, muitos objetivos são propostos, mas podemos resumir todos eles e considerar que o foco principal do ensino é fazer o estudante pensar. Esse “pensar” deveria, segundo Polya (1985) ser próximo do “pensamento matemático” que compreende a descobrir demonstrações rigorosas e a construir sistemas axiomáticos. Porém, existem outros, menos aparentes, mas não menos importantes que são reconhecer e extrair um conceito matemático de uma situação concreta, prever resultados e linhas de demonstrações, fazer generalizações a partir de casos observados, ter um raciocínio indutivo e fazer uma argumentação por analogia.

Outro aspecto importante a ser considerado ao usar a metodologia de Resolução de Problemas é a escolha de problemas interessantes. O estudante precisa querer saber a resposta. Portanto, os enunciados devem considerar os interesses dos estudantes e a realidade do local onde será aplicado.

Durante a aplicação da atividade o professor tem o papel de mediador entre os estudantes e aquilo que deve ser aprendido, partindo do pressuposto que quanto mais conteúdo o aluno descobrir sozinho melhor para sua aprendizagem. Polya (1985) afirma que: “*Para aprender eficazmente, o aluno deve descobrir, por si só, uma parte tão grande da matéria ensinada quanto possível, dadas as circunstâncias*”. É comum o estudante ter dúvidas. Polya (1985) afirma que o professor deve dar uma ajuda interior, isto é, sugestões que poderiam ser pensadas pelo próprio aluno, evitando fornecer pedaços de solução que não tenham relação com o que se passa na mente do aluno. A ajuda deve ser suficiente para que o aluno avance na resolução, mas sem que a sensação de que ele solucionou o problema seja perdida.

Baseado no que foi exposto nesta seção optamos pela aplicação de folhas de atividades como estratégia de disponibilizar problemas atraentes para os

estudantes. Julgamos que esse formato (questões norteadoras) proporciona uma aula não expositiva favorecendo a autonomia dos estudantes em relação ao professor. Achamos também que uma situação problema concreta gera o interesse necessário para a busca da solução.

2.3 Folhas de Atividades

O principal objetivo desse trabalho é propiciar aos estudantes uma aprendizagem significativa envolvendo Geometria Métrica Espacial, em particular, o cálculo de áreas e volumes de prismas e do cilindro. Para isso produzimos um produto didático no formato de folhas de atividades utilizando a metodologia de resolução de problemas em situações concretas.

As folhas de atividades caracterizam-se por apresentar textos explicativos mesclados com atividades (questões norteadoras). O propósito dessa disposição é conseguir a independência dos estudantes em relação ao professor, tornando-os sujeitos ativos no processo de aprendizagem. É recomendado que as atividades sejam aplicadas em pequenos grupos, afim de possibilitar aos estudantes o trabalho em equipe e a discussão tanto das explicações como dos problemas e suas soluções, salientando a autonomia que espera-se que os sujeitos desenvolvam.

Esse formato permite a apresentação de enunciados de definições e exemplos de utilização de determinada técnica. É possível utilizar questões conceituais e questões técnicas, bem como criar sequências didáticas de qualquer tema.

As atividades iniciam-se com perguntas simples que, progressivamente, tornam-se mais elaboradas e difíceis, exigindo, a cada vez, as respostas e os conhecimentos obtidos nas atividades anteriores.

Na elaboração das folhas de atividades é preciso atentar-se a alguns pontos importantes que, em geral, não são contemplados nos materiais e livros didáticos utilizados nas escolas. São eles:

- Familiarização dos estudantes com a linguagem específica necessária para o estudo do tema proposto;
- Utilização da metodologia de ensino através da resolução de problemas;

- Montagem de atividades com problemas e textos para que os estudantes, em grupo, busquem soluções com pouca interferência do professor;
- O problema proposto é significativo para o estudante? O estudante é motivado a buscar a resposta, ou seja, quer resolvê-lo?
- As atividades promovem a participação ativa dos estudantes no seu próprio processo de aprendizagem?
- As atividades promovem o aprendizado do conceito matemático do tema proposto?

Esperamos que após a aplicação de nosso produto didático, a aprendizagem tenha se consolidado de forma significativa, os estudantes tenham compreendido a estratégia para a resolução de problemas e, principalmente, seja capaz de aplicar os conhecimentos adquiridos em outras situações.

2.4 Detalhando a Proposta Didática

A seguir vamos detalhar as atividades propostas em nosso produto didático, apontando os objetivos que pretendíamos alcançar em cada uma delas, bem como, os pré-requisitos necessários. Sugerimos que esta atividade seja aplicada após a revisão de cálculo de áreas de figura planas, o estudo dos sólidos geométricos, no se refere à nomenclatura e a planificação, e o cálculo do volume de prismas e do cilindro. As folhas de atividades completas, conforme foram apresentadas aos alunos, estão no Apêndice A.

2.4.1 Folha de Atividade 1

A folha de atividade 1 foi dividida em duas partes, na primeira parte os estudantes realizam um estudo sobre área da superfície e volume do silo em forma de prisma hexagonal. E na segunda parte o estudo é referente ao silo em forma de prisma triangular.

As únicas instruções dadas aos estudantes são as constantes na folha de atividade.

Esta atividade foi planejada para uma aula de 100 minutos.

Apresentamos inicialmente um breve texto que fala da importância do estudo de Geometria Métrica Espacial.

Atividade: Geometria métrica espacial – Áreas e volumes do cilindro e de prismas.

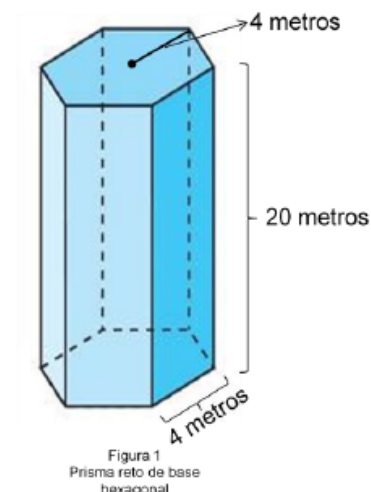
O estudo de Geometria Espacial é de suma importância para o desenvolvimento da capacidade de abstração, resolução de problemas práticos do cotidiano, estimar e comparar resultados, reconhecer propriedades das formas geométricas, calcular áreas, volumes e trabalhar com diferentes unidades de medida. Veja o problema apresentado abaixo e ajude o estagiário Marcos a superá-lo.

Figura 1: Texto da folha de atividade 1

Em seguida, apresentamos o problema que esperamos ser atrativo e motivador para o estudante. Nesse momento esperamos que os alunos estejam habituados com os termos área da base e área lateral, assim como, saibam a nomenclatura de prismas e conheçam o cilindro.

Problema:

A cooperativa agro-industrial CoMat pretende construir um silo para armazenar grãos de soja ou milho proveniente da colheita de seus cooperados. A empresa Negócios da China, contratada para efetuar a construção, sugeriu a construção do silo em forma de um prisma reto de base hexagonal, conforme figura ao lado, sem a cobertura (sem a tampa de cima), que será construída pela própria cooperativa. A empresa cobra R\$ 200,00 por metro quadrado da área de superfície construída do silo. (Área da base + Área lateral).



Marcos, estagiário do curso de Matemática na cooperativa, resolveu analisar a proposta dada pela empresa e estudar outros formatos para o silo, pois gostaria de escolher o formato que apresentasse a maior capacidade de armazenamento, ter altura igual a 20 metros e não ultrapassar o custo total de R\$ 104.400,00, valor disponibilizado pela cooperativa. Dessa forma, Marcos pensou em mais três opções para o formato do silo, são elas:

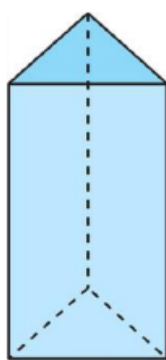


Figura 2
Prisma reto de base triangular

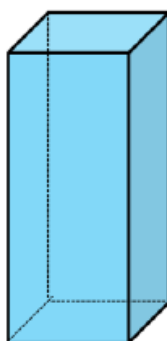


Figura 3
Prisma reto de base quadrada



Figura 4
Cilindro

Ajude Marcos a realizar um estudo detalhado das quatro opções mostradas, para que ele seja capaz de escolher aquela que apresente a maior capacidade de armazenamento respeitando às restrições de custo e de altura.

Figura 2: Problema da folha de atividade 1

Esperamos que os estudantes não tenham dificuldades em compreender o enunciado do problema, ou seja, fique claro que para concluir qual a melhor forma será preciso calcular a área total e o volume de cada sólido geométrico.

Após o problema apresentamos a dica:

Dica: Ao fazer as contas nas atividades a seguir, use calculadora e aproxime os resultados com duas casas decimais.

Figura 3: Dica da folha de atividade 1

O objetivo da dica é otimizar o tempo, motivar os estudantes na busca da resposta do problema e estimular o uso correto da calculadora na escola, lembrando que não é o propósito principal dessa atividade trabalhar os algoritmos das operações básicas.

Descrevemos abaixo o método de arredondamento a ser utilizado e que será explicado previamente pelo professor:

- Se o algarismo a ser eliminado for maior que cinco, acrescentamos uma unidade ao primeiro algarismo que está situado à sua esquerda.
- Se o algarismo a ser eliminado for menor que cinco, devemos manter inalterado o algarismo da esquerda.
- Se o algarismo a ser eliminado for igual a cinco, temos dois casos a considerar:
 - Se ao 5 seguir em qualquer casa um algarismo diferente de zero, aumenta-se uma unidade no algarismo a permanecer.
 - Se o 5 for o último algarismo ou se ao 5 só seguirem zeros, o último algarismo a ser conservado só será aumentado de uma unidade se for ímpar.

A escolha de iniciarmos o estudo pelo prisma hexagonal deve-se a complexidade do cálculo da área de sua base. Assim, optamos por apresentar no item 1 a planificação do prisma hexagonal com todas as indicações e medidas necessárias para efetuar os cálculos da área da superfície total e o seu volume.

Primeira Parte.

Item 1:

1) A figura abaixo representa a planificação do silo da figura 1 (Sugestão dada pela empresa). Baseando-se nela calcule a área lateral, a área da base e obtenha a área total do silo em metros quadrados. (Lembre-se: O prisma não tem a tampa de cima)

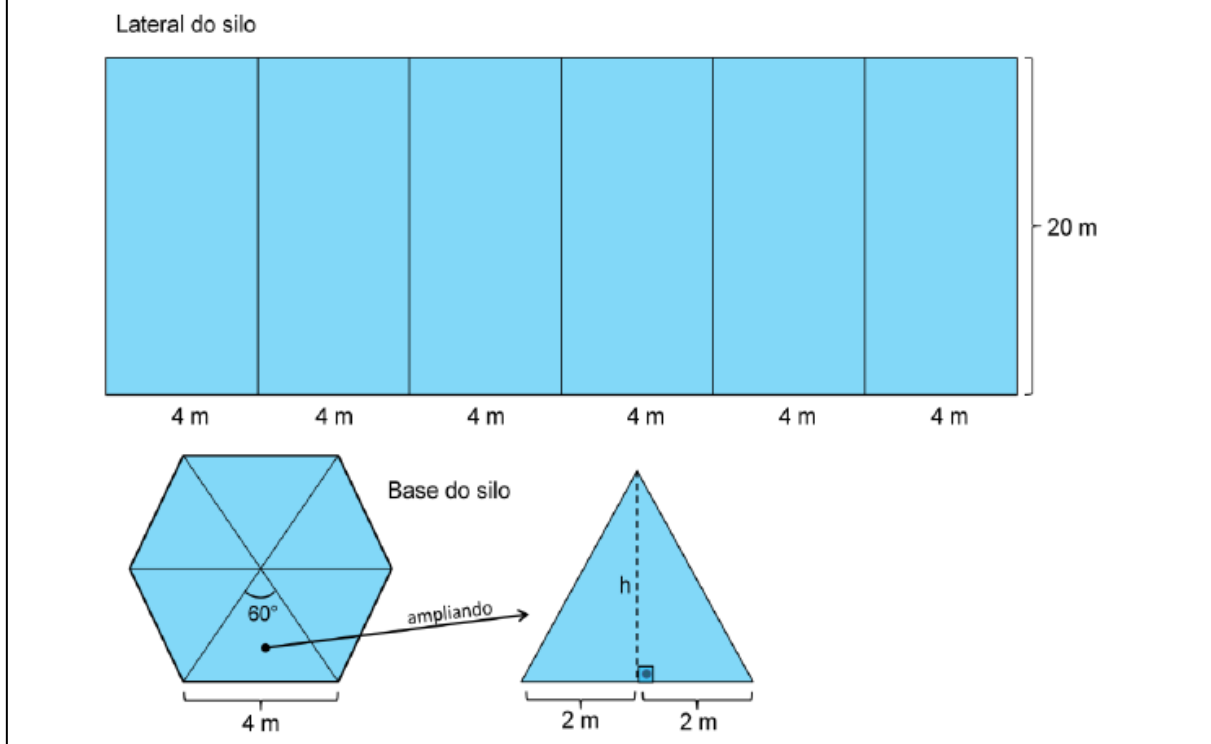


Figura 4: Item 1 da folha de atividade 1

Nesse item os estudantes deverão calcular a área total do prisma hexagonal, formato proposto pela empresa Negócios da China no enunciado do problema. Para isso é preciso determinar a medida da altura do triângulo equilátero que compõe o hexágono da base do prisma utilizando o teorema de Pitágoras, aprendido de maneira sistemática no 9º ano, e saber calcular áreas de retângulos e de triângulos. É possível que os alunos tenham dificuldade em calcular a medida da altura do triângulo equilátero que compõe o hexágono da base do prisma, seja por não perceberem que se trata de um triângulo equilátero de lado 4 metros ou não se atentarem que dividindo esse triângulo obtêm-se dois outros triângulos retângulos com catetos h e 2 metros e hipotenusa 4 metros. Um erro que pode acontecer é a utilização do teorema de Pitágoras de forma errada, por exemplo, não atentar que a hipotenusa é o maior lado do triângulo retângulo e trocá-la por um dos dois catetos

na expressão do teorema. Tanto o teorema de Pitágoras quanto as fórmulas para cálculo de áreas de retângulos e de triângulos serão revisadas antes da aplicação dessa atividade. Esperamos que o estudante faça os cálculos e escreva as respostas abaixo:

$$\text{Área lateral do silo: } A_L = 6 \cdot 4 \cdot 20 = 480 \text{ m}^2$$

Medida da altura do triângulo que compõe a base:

$$4^2 = h^2 + 2^2 \Rightarrow 16 = h^2 + 4 \Rightarrow 16 - 4 = h^2 \Rightarrow h^2 = 12 \Rightarrow h = \sqrt{12} \Rightarrow h = 3,46 \text{ m}$$

$$\text{Área do triângulo que compõe a base: } A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 3,46}{2} = 6,92 \text{ m}^2$$

$$\text{Área da base do silo: } A_B = 6 \cdot 6,92 = 41,52 \text{ m}^2$$

$$\text{Área total do silo: } A_T = 41,52 + 480 = 521,52 \text{ m}^2$$

Item 2:

2) Qual é o custo total de construção do silo? A sugestão dada pela empresa atende a restrição de custo? Justifique.

Anotações e cálculos

Resposta e justificativa: _____

Figura 5: Item 2 da folha de atividade 1

O objetivo desse item é que o aluno calcule o custo total de construção do silo na forma de prisma hexagonal utilizando a medida da área total obtida no item 1 e o valor do metro quadrado do material. Esperamos que o aluno faça $521,52 \text{ m}^2$ vezes R\$ 200,00, encontre o valor de R\$ 104.304,00 e verifique que a restrição de custo é satisfeita, já que o valor disponibilizado para a construção do silo é R\$ 104.400,00. Outro propósito desse item é o aluno verificar se os cálculos efetuados no item 1 estão corretos. Caso o valor obtido para o custo de construção ultrapasse ou fique muito abaixo do valor disponibilizado o estudante deverá refazer os cálculos

realizados no item 1, pois os demais itens das folhas de atividades dependem dessa resposta.

Item 3:

3) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

Volume do silo: $V =$ _____

Figura 6: Item 3 da folha de atividade 1

Nesse item o estudante deverá apenas calcular o volume do silo em forma de prisma hexagonal, esperamos que ele faça $V = A_B \cdot h = 41,52 \cdot 20$ e escreva como resposta $V = 830,4 \text{ m}^3$.

Segunda Parte.

Item 4:

4) A figura abaixo representa a planificação do silo da figura 2. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: O prisma não tem a tampa de cima)

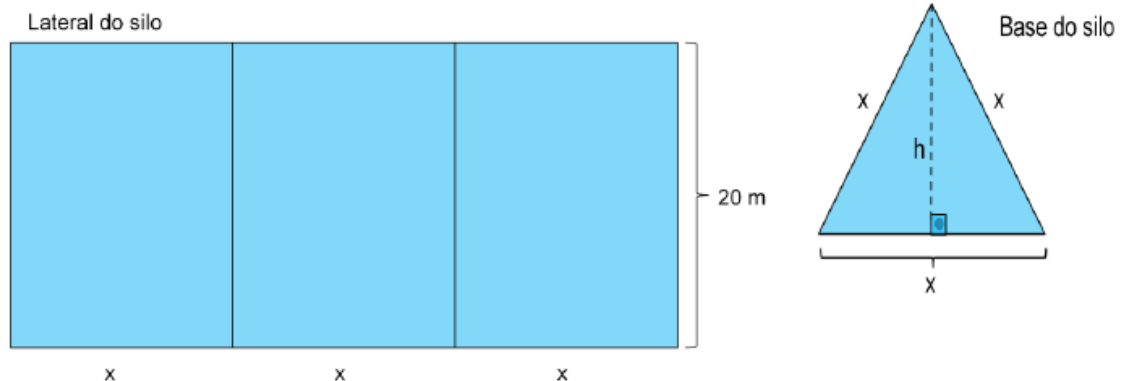


Figura 7: Item 4 da folha de atividade 1

A principal diferença desse item é que o aluno não encontrará uma resposta numérica como a do item 1. O estudante deverá escrever três sentenças matemáticas representando a área lateral (A_L), a área da base (A_B) e a área total (A_T) do silo em forma de prisma triangular.

Na planificação apresentada destacamos com a letra x a medida desconhecida que o estudante deverá usar para escrever as sentenças matemáticas, deixando claro que a base do silo é representada por um triângulo equilátero de lado x e de altura h . Usando a aproximação $\sqrt{3} = 1,73$, constante no espaço disponibilizado para cálculos, o aluno deverá escrever a altura h do triângulo da base em função de x , ou seja, $h = 0,86x$. Para isso, como no item 1, ele utilizará o teorema de Pitágoras, prestando atenção em identificar corretamente a hipotenusa, bem como atentar-se que será necessário dividir o triângulo da base pela altura, obtendo dois triângulos retângulos com hipotenusa x e catetos h e $x/2$. Em seguida, usar a expressão de $h = 0,86x$ para determinar a sentença da área da base, $A_B = 0,43x^2$.

Acreditamos que para obter a sentença da área lateral não haverá dificuldade, pois se trata de calcular a área de um retângulo. Um erro que poderá ocorrer é o estudante não atentar-se que a base do retângulo (lateral do silo) mostrado na planificação é $x + x + x = 3x$. O aluno poderá considerar x como medida da base ao invés $3x$ e escrever erroneamente a expressão $20x$ para a área da lateral do silo ou, ainda, calcular a área de um dos retângulos que compõe a lateral do silo e esquecer-se de multiplicar por três. Esperamos que os alunos respondam que $A_L = 60x$ e apresentem os seguintes cálculos:

$$x^2 = h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2 - \frac{x^2}{4} = h^2 \Rightarrow \frac{4x^2 - x^2}{4} = h^2 \Rightarrow h^2 = \frac{3x^2}{4} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{3x^2}{4}}$$

$$\Rightarrow h = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{1,73x}{2} \Rightarrow h = 0,86x$$

$$A_{\Delta} = \frac{x \cdot 0,86x}{2} = 0,43x^2$$

$$A_L = 3x \cdot 20 = 60x$$

Com as sentenças da área da base e da área lateral em mãos, esperamos que o estudante responda que a área total é dada pela expressão

$$A_T = 0,43x^2 + 60x .$$

Item 5:

5) Sabendo-se que a área total do silo da figura 2 deve ser igual a área total do silo obtida na questão 1, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: _____

Figura 8: Item 5 da folha de atividade 1

Utilizando a resposta dada no item 1, área total do prisma de base hexagonal, e a resposta dada no item 4 referente à área total do silo de base triangular, esperamos que o estudante escreva uma equação do segundo grau indicando que ambas as áreas devem ser iguais, ou seja, $0,43x^2 + 60x = 521,52$.

Item 6:

6) Determine o valor aproximado de x resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Figura 9: Item 6 da folha de atividade 1

Nesse item o aluno deverá usar seus conhecimentos de resolução de equações do segundo grau aprendidos no 9º ano. Esperamos que os estudantes resolvam a equação obtida na atividade anterior sem dificuldades e obtenham dois valores para x , um valor positivo, $x = 8,21$, e outro negativo que deverá ser descartado. Os alunos deverão apresentar a resolução da equação, conforme mostrado abaixo:

$$0,43x^2 + 60x - 521,52 = 0$$

$$\Delta = 60^2 - 4 \cdot 0,43 \cdot (-521,52) = 3600 + 897,01 = 4497,01$$

$$x = \frac{-60 + \sqrt{4497,01}}{2 \cdot 0,43} = \frac{-60 + 67,06}{0,86} = 8,21$$

Item 7:

7) Substitua o valor de x , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 4 e obtenha a área lateral, a área da base e a área total do silo em metros quadrados.

Figura 10: Item 7 da folha de atividade 1

Nesse item o estudante deverá substituir o valor de x calculado na atividade 6 nas sentenças matemáticas escritas no item 4 e obter o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo triangular. Esperamos que o estudante encontre as seguintes respostas para o prisma triangular:

$$\text{Área lateral do silo: } A_L = 60x = 60 \cdot 8,21 = 492,6 \text{ m}^2$$

$$\text{Área da base do silo: } A_B = 0,43x^2 = 0,43 \cdot 8,21^2 = 28,98 \text{ m}^2$$

$$\text{Área total do silo: } A_T = 492,6 + 28,98 = 521,58 \text{ m}^2$$

A diferença de $0,06 \text{ m}^2$ constatada entre o valor da área total do prisma triangular e a área total do prisma hexagonal ($521,52 \text{ m}^2$) se deve aos arredondamentos realizados durante os cálculos efetuados nesse item e no item 6.

Item 8:

8) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Figura 11: Item 8 da folha de atividade 1

O objetivo desse item é que o aluno calcule o custo total de construção do silo na forma de prisma triangular utilizando a medida da área total obtida no item 7 e o valor do metro quadrado do material. Esperamos que o aluno faça $521,58 \text{ m}^2$ vezes R\$ 200,00, encontre o valor de R\$ 104.316,00 e verifique que a restrição de custo é satisfeita, já que o valor disponibilizado para a construção do silo é R\$ 104.400,00. Outro propósito desse item é o aluno verificar se os cálculos efetuados nos itens 4, 6 e 7 estão corretos, caso o valor obtido para o custo de construção ultrapasse ou fique muito abaixo do valor disponibilizado o estudante deverá refazer os cálculos em busca do erro cometido antes de continuar a atividade.

Item 9:

9) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Figura 12: Item 9 da folha de atividade 1

Nesse item o estudante deverá apenas calcular o volume do silo em forma de prisma triangular, esperamos que ele faça $V = A_B \cdot h = 28,98 \cdot 20$ e escreva como resposta $V = 579,6 \text{ m}^3$.

Item 10:

10) Comparando os volumes dos dois prismas estudados nesta aula, qual apresenta a maior capacidade de armazenamento?

Resposta: _____

Figura 13: Item 10 da folha de atividade 1

Nesse item esperamos que o estudante compare os resultados obtidos nos itens 3 e 9 e responda que o silo em forma de prisma hexagonal apresenta o maior volume.

Item 11:

11) Para terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

Sim Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

Ótima Boa Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

fácil médio difícil

Figura 14: Item 11 da folha de atividade 1

Nesse item o estudante tem a oportunidade de expressar sua opinião sobre a atividade realizada na aula 1.

2.4.2 Folha de Atividade 2

A folha de atividade 2 foi dividida em duas partes. Na primeira parte os estudantes realizam um estudo sobre área da superfície e volume do silo em forma de prisma de base quadrada. E na segunda parte o estudo será referente ao silo em forma de cilindro.

As únicas instruções dadas aos estudantes são as constantes na folha de atividade.

Está atividade foi planejada para uma aula de 100 minutos.

Primeira Parte.

Item 1:

1) A figura abaixo representa a planificação do silo em forma de Prisma reto de base quadrada. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: O prisma não tem a tampa de cima)

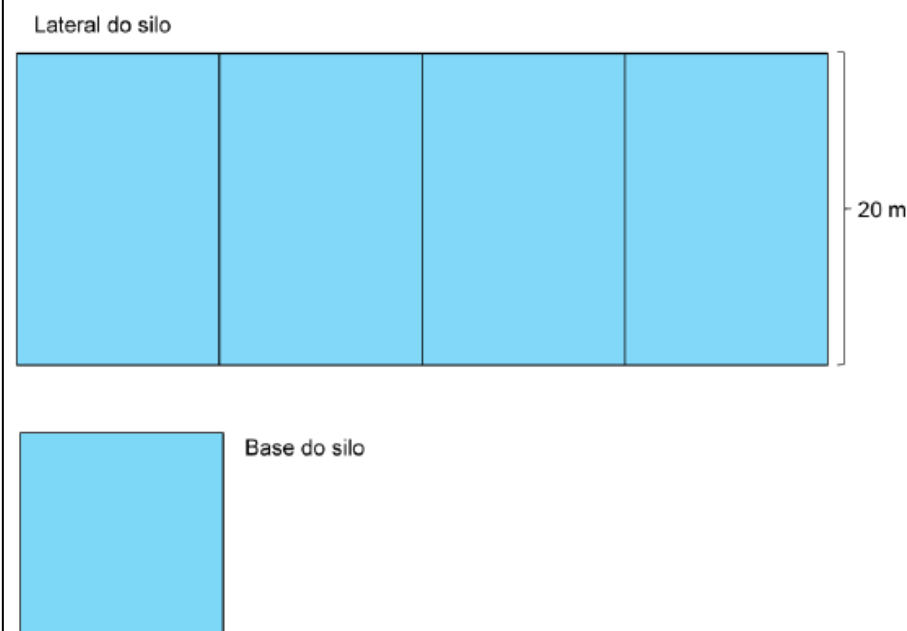


Figura 15: Item 1 da folha de atividade 2

Nesse item esperamos que o estudante escreva três sentenças matemáticas representando a área lateral (A_L), a área da base (A_B) e a área total (A_T) do silo em forma de prisma de base quadrada.

Na planificação apresentada optamos por não indicar a letra a ser usada pelo estudante para o cálculo das medidas desconhecidas que serão usadas para escrever três sentenças matemáticas pedidas no enunciado. Esperamos que o aluno perceba a necessidade de escolher uma letra e lembre-se de como foi resolvido o item 4 folha de atividade 1.

Acreditamos que o estudante escreva a sentença da área da base e da área lateral sem dificuldades, pois se trata de área de quadrado e de retângulo. Caso o aluno opte pela letra y na atividade, esperamos que ele escreva $A_B = y^2$ e $A_L = 4 \cdot y \cdot 20 = 80y$. Lembrando que poderá ocorrer o mesmo erro previsto no item 4 da folha de atividade 1, o estudante poderá não atentar-se que a base do retângulo (Lateral do silo) mostrado na planificação é $y + y + y + y = 4y$. O aluno poderá considerar y como medida da base ao invés de $4y$ e escrever erroneamente a expressão $20y$ para a área da lateral do silo ou, ainda, calcular a área de um dos retângulos que compõe a lateral do silo e esquecer-se de multiplicar por quatro.

Com as sentenças da área da base e da área lateral em mãos, esperamos que o estudante responda que a área total é dada pela expressão $A_T = y^2 + 80y$.

Item 2:

2) Sabendo-se que a área total do silo de base quadrada deve ser igual a área total do silo de base hexagonal (aula anterior), ou seja, $521,52 \text{ m}^2$, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: _____

Figura 16: Item 3 da folha de atividade 2

Optamos por colocar a resposta dada no item 1 da folha de atividade 1 ($521,52 \text{ m}^2$), a fim de evitar a continuidade de um possível erro nos cálculos efetuados na aula 1. Utilizando o valor $521,52 \text{ m}^2$ esperamos que o estudante escreva uma equação do segundo grau indicando que a área do prisma de base quadrada é igual à área do prisma hexagonal, ou seja, escreva $y^2 + 80y = 521,52$.

Item 3:

3) Determine a medida do lado do quadrado da base resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Figura 17: Item 3 da folha de atividade 2

Nesse item o aluno deverá usar seus conhecimentos de resolução de equações do segundo grau aprendidos no 9º ano. Esperamos que os estudantes resolvam a equação obtida na atividade anterior sem dificuldades e obtenham dois valores para y (se for o caso), um valor positivo, $y = 6,06$, e outro negativo que deverá ser descartado. Os alunos deverão apresentar a resolução da equação, conforme mostrado abaixo:

$$y^2 + 80y - 521,52 = 0$$

$$\Delta = 80^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-521,52) = 6400 + 2086,08 = 8486,08$$

$$y = \frac{-80 + \sqrt{8486,08}}{2 \cdot 1} = \frac{-80 + 92,12}{2} = 6,06$$

Item 4:

4) Substitua a medida do lado do quadrado que você calculou na questão anterior nas sentenças matemáticas escritas na questão 1, obtendo o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo em metros quadrados.

Figura 18: Item 4 da folha de atividade 2

Nesse item o estudante deverá substituir o valor de y (se for o caso) calculado na atividade 3, nas sentenças matemáticas escritas no item 1 e obter o valor numérico da área total do silo de base quadrada. Esperamos que o estudante encontre as seguintes respostas para o prisma de base quadrada:

$$\text{Área lateral do silo: } A_L = 80y = 80 \cdot 6,06 = 484,8 \text{ m}^2$$

$$\text{Área da base do silo: } A_B = y^2 = 6,06^2 = 36,72 \text{ m}^2$$

$$\text{Área total do silo: } A_T = 484,8 + 36,72 = 521,52 \text{ m}^2$$

Item 5:

5) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m² da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

Figura 19: Item 5 da folha de atividade 2

O objetivo desse item é o aluno calcular o custo total de construção do silo na forma de prisma de base quadrada utilizando a medida da área total obtida no item 4 e o valor do metro quadrado do material. Esperamos que o aluno faça $521,52 \text{ m}^2$ vezes R\$ 200,00, encontre o valor de R\$ 104.304,00 e verifique que a restrição de custo é satisfeita, já que o valor disponibilizado para a construção do silo é R\$ 104.400,00. Outro propósito desse item é o aluno verificar se os cálculos efetuados nos itens 1, 3 e 4 estão corretos, caso o valor obtido para o custo de construção ultrapasse ou fique muito abaixo do valor disponibilizado o estudante deverá refazer os cálculos em busca do erro cometido antes de continuar a atividade.

Item 6:

6) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Figura 20: Item 6 da folha de atividade 2

Nesse item o estudante deverá apenas calcular o volume do silo em forma de prisma de base quadrada, esperamos que ele faça $V = A_B \cdot h = 36,72 \cdot 20$ e escreva como resposta $V = 734,4 \text{ m}^3$.

Segunda Parte.

Item 7:

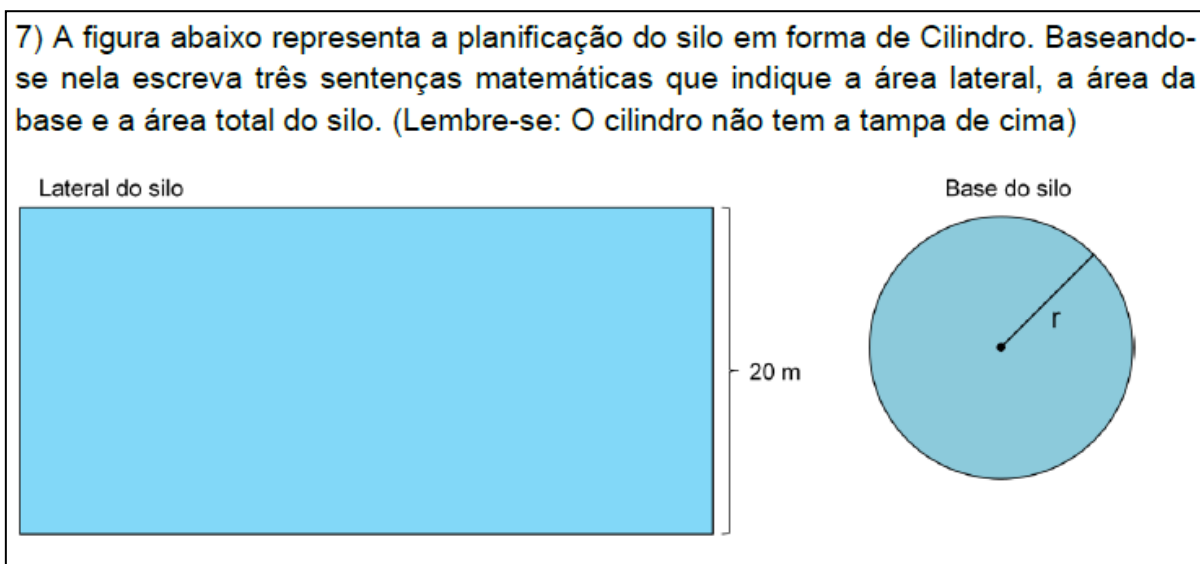


Figura 21: Item 7 da folha de atividade 2

Nesse item esperamos que o estudante escreva três sentenças matemáticas representando a área lateral (A_L), a área da base (A_B) e a área total (A_T) do silo em forma de cilindro.

Para esse item, o estudante precisa conhecer a fórmula para o cálculo da área do círculo e lembrar que na planificação do cilindro a sua lateral é um retângulo cujo comprimento da base tem medida igual ao do comprimento da circunferência da base do cilindro, conceitos que foram revisados antes da aplicação da nossa proposta.

Considerando o valor aproximado de $\pi \approx 3,14$, acreditamos que o aluno não tenha dificuldades em indicar que o comprimento da base do retângulo (lateral do silo) é $2 \cdot \pi \cdot r$ e conclua que a sentença da área lateral do silo seja $A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 20 = 40 \cdot \pi \cdot r \approx 125,6 \cdot r$. O aluno poderá erroneamente indicar o comprimento da base do retângulo (lateral do silo) com uma letra diferente da letra r , usada para representar o raio da base do cilindro, isso ocorrendo o estudante não conseguirá prosseguir nos cálculos, sendo necessária uma pequena intervenção do professor.

Para calcular a área da base do cilindro, acreditamos que o estudante não terá dificuldades, chegando à resposta correta, $A_B = \pi \cdot r^2 \approx 3,14 \cdot r^2$.

Com as sentenças da área da base e da área lateral em mãos, esperamos que o estudante conclua que a área total é dada pela expressão $A_T = 3,14r^2 + 125,6r$.

Item 8:

8) Sabendo-se que a área total do silo de base circular deve ser igual a área total do silo de base hexagonal (aula anterior), ou seja, $521,52 \text{ m}^2$, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: _____

Figura 22: Item 8 da folha de atividade 2

Nesse item esperamos que o estudante utilizando o valor $521,52 \text{ m}^2$ escreva uma equação do segundo grau indicando que a área da superfície do cilindro é igual a área do prisma hexagonal, ou seja, escreva $3,14 \cdot r^2 + 125,6 \cdot r = 521,52$.

Item 9:

9) Determine o valor de r resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Figura 23: Item 9 da folha de atividade 2

Nesse item o estudante deverá usar seus conhecimentos de resolução de equações do segundo grau aprendidos no 9º ano. Esperamos que os estudantes resolvam a equação obtida na atividade anterior sem dificuldades e obtenham dois valores para r , um valor positivo, $r = 3,79$, e outro negativo que deverá ser descartado. Os alunos deverão apresentar a resolução da equação, conforme mostrado abaixo:

$$3,14r^2 + 125,6r - 521,52 = 0$$

$$\Delta = 125,6^2 - 4 \cdot 3,14 \cdot (-521,52) = 15775,36 + 6550,29 = 22325,65$$

$$r = \frac{-125,6 + \sqrt{22325,65}}{2 \cdot 3,14} = \frac{-125,6 + 149,42}{6,28} = \frac{23,82}{6,28} = 3,79$$

Item 10:

10) Substitua o valor de r , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 7 e obtenha o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo em metros quadrados.

Figura 24: Item 10 da folha de atividade 2

Nesse item o estudante deverá substituir o valor de r calculado na atividade 9, nas sentenças matemáticas escritas no item 7 e obter o valor numérico da área total do silo no formato de cilindro. Esperamos que o estudante encontre as seguintes respostas para o cilindro:

$$\text{Área lateral do silo: } A_L = 125,6 \cdot r = 125,6 \cdot 3,79 = 476,02 \text{ m}^2$$

$$\text{Área da base do silo: } A_B = 3,14 \cdot r^2 = 3,14 \cdot 3,79^2 = 45,10 \text{ m}^2$$

$$\text{Área total do silo: } A_T = 476,02 + 45,10 = 521,12 \text{ m}^2$$

A diferença de $0,40 \text{ m}^2$ constatada entre o valor da área total do cilindro e a área total do prisma hexagonal ($521,52 \text{ m}^2$) se deve aos arredondamentos realizados durante os cálculos efetuados nesse item e no item 9.

Item 11:

11) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m^2 da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

Resposta e justificativa: _____

Figura 25: Item 11 da folha de atividade 2

O objetivo desse item é o aluno calcular o custo total de construção do silo na forma de cilindro utilizando a medida da área total obtida no item 10 e o valor

do metro quadrado do material. Esperamos que o aluno faça $521,12 \text{ m}^2$ vezes R\$ 200,00, encontre o valor de R\$ 104.224,00 e verifique que a restrição de custo é satisfeita, já que o valor disponibilizado para a construção do silo é R\$ 104.400,00. Outro propósito desse item é o aluno verificar se os cálculos efetuados nos itens 7, 9 e 10 estão corretos, caso o valor obtido para o custo de construção ultrapasse ou fique muito abaixo do valor disponibilizado o estudante deverá refazer os cálculos em busca do erro cometido antes de continuar a atividade.

Item 12:

12) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Figura 26: Item 13 da folha de atividade 2

Nesse item o estudante deverá apenas calcular o volume do silo em forma de cilindro, esperamos que ele faça $V = A_B \cdot h = 45,10 \cdot 20$ e escreva como resposta $V = 902 \text{ m}^3$.

Item 13:

13) Comparando os volumes do prisma reto de base quadrada e do cilindro estudados nesta aula, qual apresenta a maior capacidade de armazenamento?

Figura 27: Item 13 da folha de atividade 2

Nesse item esperamos que o estudante compare os resultados obtidos nos itens 6 e 12 e responda que o silo em forma de cilindro apresenta o maior volume.

Item 14:

14) Considerando os quatro formatos estudados (Prisma reto de base hexagonal, prisma reto de base triangular, prisma reto de base quadrada e o Cilindro) e lembrando que Marcos deverá decidir pela construção do silo com o formato que apresentar a maior capacidade de armazenamento, qual a opção deverá ser escolhida pelo estagiário?

Figura 28: Item 14 da folha de atividade 2

Nesse item esperamos que baseado nos estudos realizados nas folhas de atividades 1 e 2 os estudantes concluam que o cilindro é dentre os quatro formatos propostos para o silo o que apresenta a maior capacidade de armazenamento e, então, é o formato que Marcos deverá escolher.

Item 15:

15) Preencha a tabela abaixo com o nome das quatro formas estudadas, colocando na 1ª posição a forma que apresentou o maior volume e na 4ª posição a forma que apresentou o menor volume. (Lembre-se que a base do Cilindro pode ser considerada como um polígono com infinitos lados)

Posição	Formato	“Número de lados” da base
1ª		
2ª		
3ª		
4ª		

Figura 29: Item 15 da folha de atividade 2

Com esta tabela queremos que os estudantes organizem em ordem decrescente de capacidade de armazenamento o nome dos quatro formatos propostos para o silo. Talvez seja preciso que o professor disponibilize o acesso a folha de atividade 1 para que os estudantes se recordem dos nomes e dos volumes dos formatos estudados na aula 1, a fim de preencher corretamente a tabela que será importante para responder o próximo item.

Item 16:

16) Analisando a tabela da questão anterior, seu grupo consegue estabelecer alguma relação entre a quantidade de lados da base e a capacidade de armazenamento (volume) de cada um dos quatro formatos apresentados? Caso a resposta seja sim, descreva a relação observada.

Figura 30: Item 16 da folha de atividade 2

Com esse item pretendemos que os alunos analisem a tabela do item anterior e percebam que existe uma relação entre a capacidade de armazenamento e a quantidade de lados da base de cada formato estudado, lembrando que no caso do cilindro a base pode ser considerada um polígono com infinitos lados. Esperamos que os alunos concluam que quanto maior a quantidade de lados do polígono da base, maior será a capacidade de armazenamento do silo.

Item 17:

<p>17) Para terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:</p> <p>a) Seu grupo gostou da atividade? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não</p> <p>b) Como seu grupo avalia a atividade? <input type="checkbox"/> Ótima <input type="checkbox"/> Boa <input type="checkbox"/> Ruim</p> <p>c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade? <input type="checkbox"/> fácil <input type="checkbox"/> médio <input type="checkbox"/> difícil</p>
--

Figura 31: Item 17 da folha de atividade 2

Nesse item o estudante tem a oportunidade de expressar sua opinião sobre a atividade realizada na aula 2.

2.5 Conclusão

Nesse capítulo descrevemos as folhas de atividades e os objetivos que esperamos alcançar em cada item, assim como as respostas esperadas. Esperamos que a atividade sirva para incentivar os estudantes na implementação dos conceitos de área e volume de sólidos geométricos, bem como ampliar os seus conhecimentos para aplicação em outras situações práticas. No próximo capítulo, vamos descrever os procedimentos para aplicação em sala de aula e as respostas dadas pelos alunos.

Capítulo 3

Aplicação e Resultados

3.1 Introdução

As folhas de atividades foram aplicadas em três turmas da segunda série do Ensino Médio. O professor orientador deste projeto, Roberto Ribeiro Paterlini, esteve presente durante a aplicação das folhas de atividades. Nesse capítulo, faremos uma breve descrição da escola e dos alunos envolvidos no projeto, assim como os procedimentos para a aplicação, os resultados obtidos e nossa análise do desempenho dos estudantes.

3.2 Preparando os estudantes antes da aplicação

Em vista da dificuldade que os estudantes apresentavam ao tratar o tema Geometria, foi necessário fazer uma revisão dos tópicos envolvidos para que os estudantes tivessem condições de resolver as atividades propostas nas folhas de atividades. A preparação dos estudantes levou três semanas, sendo que em cada semana há 5 aulas de 50 minutos. Foram revisados os conceitos de área e volume, deduzidas as fórmulas para o cálculo de áreas de figuras planas, nomenclatura e planificação de sólidos geométricos, área de superfície, dedução de fórmulas para o cálculo do volume de prismas e do cilindro, teorema de Pitágoras, resolução de equações do 2º grau com coeficientes não inteiros e o uso de calculadora. Todos os tópicos revisados foram avaliados através de exercícios de aplicação dos conceitos e fórmulas estudadas, além de resolução de problemas encontrados nos livros didáticos analisados na seção 1.4.

3.3 Uma breve descrição da escola e dos alunos participantes do projeto

A escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor Farid Fayad fica localizada na Rua Lucentino Catini, nº 80, no bairro Jardim Cruzeiro, na cidade de Agudos, Estado de São Paulo.

Os alunos são atendidos em dois períodos, manhã e tarde, sendo que na parte da manhã está formada uma turma de oitavo ano, uma turma de nono ano, três turmas de primeira série do Ensino Médio, três turmas da segunda série do Ensino Médio e duas turmas da terceira série do Ensino Médio. No período da tarde estão formadas três turmas de sexto ano, três turmas de sétimo ano, duas turmas de oitavo ano e duas turmas de nono ano. Cada turma tem em média 35 alunos.

Além das dez salas de aula, a escola conta com um laboratório de informática com 6 computadores, uma quadra poliesportiva coberta, uma biblioteca (sala de leitura), um pátio coberto para alimentação e área administrativa, constituída pela secretaria, uma sala para a direção, uma sala para a vice-direção, uma sala para os professores e uma sala para a coordenação pedagógica. A escola conta também com dois projetores multimídia, uma televisão de 19 polegadas, dois notebooks, um aparelho de DVD e uma caixa de som amplificada que podem ser usados em sala de aula.

O quadro de funcionários da escola é composto por 48 funcionários, entre direção, coordenação, administração, cozinheiras, auxiliares de limpeza, responsáveis pela biblioteca e professores.

Os alunos atendidos por essa escola são, em sua maioria, do próprio bairro, de bairros vizinhos e também da zona rural.

Poucos alunos têm hábitos de estudo e a maioria não faz as tarefas em casa, mesmo com a cobrança sistemática dos professores, o que reflete diretamente na qualidade da aprendizagem.

A maioria dos alunos que participaram deste projeto estudou nessa escola desde a quinta série (sexto ano).

3.4 Organização da sala de aula

A atividade foi aplicada em três turmas da segunda série do Ensino Médio e usamos duas aulas de 100 minutos, sendo duas aulas seguidas de 50 minutos num dia e duas aulas seguidas de 50 minutos em outro dia da mesma semana. As turmas foram divididas em grupos de três alunos. A segunda série A e a segunda série B ficaram divididas em 10 grupos cada e a segunda série C foi dividida em 8 grupos, totalizando 28 grupos com três alunos cada um.

Os grupos foram formados a partir de livre escolha dos alunos, o critério que prevaleceu foi a afinidade. Após a formação dos grupos, foi distribuída a folha de atividades.



Figura 32: Sala dividida em grupos

Na primeira aula, além da folha de atividade 1, cada grupo recebeu uma calculadora para agilizar os cálculos e otimizar o tempo. Assim os alunos dedicaram a maior parte do tempo discutindo os caminhos e procedimentos necessários para a resolução de cada atividade. A folha de atividade 2 foi distribuída em outro dia com aula dupla de 50 minutos.

3.5 Resultados

Nessa seção vamos descrever as respostas obtidas. As turmas que participaram desse projeto possuem rendimento equivalente, pois antes do início do ano letivo foram montadas de forma bastante heterogênea. As três classes possuem alunos com rendimento bom, médio e ruim, por isso optamos em analisar as respostas de todos os grupos, sem separar turma A, B ou C.

3.5.1 Folha de atividade 1

O primeiro item solicita o cálculo da área da superfície total do prisma hexagonal.

A maioria dos grupos não apresentou dificuldades nesse item. Apenas um grupo teve dificuldade em calcular a altura do triângulo que compõe a base do prisma, pois aplicou de forma errada o teorema de Pitágoras, trocou a hipotenusa por um dos catetos. Fizemos uma intervenção e orientamos os alunos com respeito a esse aspecto, já que esse item é importante para a continuidade do projeto. Ainda assim, esse grupo formado por alunos com muita dificuldade e defasagem na aprendizagem não conseguiu efetuar os cálculos.



Figura 33: Grupo iniciando o item 1

- 27 grupos calcularam e responderam corretamente que a área total do prisma hexagonal é 521,52 m².
- 1 grupo usou de maneira errada o teorema de Pitágoras e, por isso, não conseguiu calcular a altura do triângulo equilátero que compõe a base do prisma hexagonal e, conseqüentemente, não obteve a resposta esperada, comprometendo o restante das atividades propostas para a aula 1.

$2^2 = h^2 + 4^2$ $4 = h^2 + 16$ $h^2 = 16 - 4$ $h^2 = 12$ $h = \sqrt{12}$ $h = 3,46 \text{ m}$	Anotações e cálculos	Use: $\sqrt{12} = 3,46$
$A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2} = A_{\Delta} = \frac{4 \cdot 3,46}{2} = \frac{13,84}{2} = 6,92 \text{ m}^2$ $A_B = 6 \cdot 6,92$ $A_B = 41,52 \text{ m}^2$ $A_L = b \cdot h$ $A_L = 4 \cdot 20$ $A_L = 80 \text{ m}^2$ $A_L = 6 \cdot 80$ $A_L = 480 \text{ m}^2$ $A_{TOTAL} = A_B + A_L$ $A_{TOTAL} = 41,52 + 480$ $A_{TOTAL} = 521,52 \text{ m}^2$	Anotações e cálculos	Use: $\sqrt{12} = 3,46$
Área da lateral do silo: $A_L = \underline{480 \text{ m}^2}$		
Medida da altura do triângulo que compõe a base: $h = \underline{3,46 \text{ m}}$		
Área do triângulo que compõe a base: $A_{\Delta} = \underline{6,92 \text{ m}^2}$		
Área da base do silo: $A_B = \underline{41,52 \text{ m}^2}$		
Área total do silo: $A_T = \underline{521,52 \text{ m}^2}$		

Figura 34: Resposta correta de um grupo para o item 1 da folha de atividade 1

O item 2 pede para calcular o custo para a construção do silo em forma de prisma hexagonal e, em seguida, verificar se a restrição de custo é satisfeita.

- 25 grupos calcularam, responderam e justificaram corretamente (R\$ 104.304,00).

- 1 grupo indicou o cálculo, respondeu e justificou a resposta corretamente, porém escreveu como resposta R\$ 104.504,00.
- 1 grupo indicou o cálculo de maneira correta, mas não soube interpretar o resultado mostrado no visor da calculadora, confundiu a vírgula exibida com a vírgula de nosso sistema de numeração e fez o arredondamento indicado nas instruções iniciais, respondeu R\$ 104.30 para o custo total.
- 1 grupo respondeu R\$ 104,304 , trata-se do mesmo grupo que não conseguiu realizar o item 1.

2) Qual é o custo total de construção do silo? A sugestão dada pela empresa atende a restrição de custo? Justifique.

Anotações e cálculos

R\$ 200,00 p/m² A₁ = 521,52 m²

Preço = 521,52 · 200

Preço = 104.304,00 reais.

Resposta e justificativa: O custo total da construção do silo sugerido pela empresa é de R\$ 104.304,00. A sugestão dada pela empresa atende a restrição de custo porque é menor que 104.400,00 reais, valor estipulado como máximo.

Figura 35: Resposta correta de um grupo para o item 2 da folha de atividade 1

O item 3 solicita o cálculo do volume do prisma hexagonal.

- 26 grupos chegaram à resposta esperada (830,4 m³).
- 1 grupo indicou corretamente o cálculo, mas errou ao escrever a resposta, respondeu 830,04 m³.
- 1 grupo respondeu 287,31 m³, fez a multiplicação de 83,04 (não mostrou de onde surgiu esse valor) por 3,46 (medida da altura do triângulo equilátero que compõe a base do prisma hexagonal).

3) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

$$V = Ab \cdot h$$

$$V = 41,52 \cdot 20$$

$$V = 830,4 \text{ m}^3$$

Volume do silo: $V = \underline{830,4 \text{ m}^3}$

Figura 36: Resposta correta de um grupo para o item 3 da folha de atividade 1

No item 4 inicia-se o estudo do prisma triangular. Esse item solicita que o grupo escreva uma sentença matemática que indique a área total do prisma.

- 26 grupos conseguiram escrever a sentença que indica a área total ($0,43x^2 + 60x$).
- 2 grupos aplicaram corretamente o teorema de Pitágoras, mas não conseguiram escrever a altura h em função do lado x do triângulo da base, tiveram dificuldade no desenvolvimento algébrico.

Anotações e cálculos

Use: $\sqrt{3} = 1,73$

Altura do triângulo da base em função de x : $h =$

$$x^2 = h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$x^2 = h^2 + \frac{x^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{x^2}{1} - \frac{x^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{4x^2 - x^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3x^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3x^2}{4}}$$

$$h = \frac{x \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{x \cdot 1,73}{2}$$

$$h = 0,86x$$

$$AL = b \cdot h$$

$$AL = x \cdot 20$$

$$AL = 20x$$

$$AL = 3 \cdot 20x$$

$$AL = 60x$$

$$A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2} = A_{\Delta} = \frac{x \cdot 0,86 \cdot x}{2} = \frac{0,86x^2}{2} =$$

$$= 0,43x^2$$

$$AB = 0,43x^2$$

$$AT = AB + AL$$

$$AT = 0,43x^2 + 60x.$$

Área da lateral do silo: $A_L = \underline{60x}$

Área da base do silo: $A_B = \underline{0,43x^2}$

Área total do silo ($A_B + A_L$): $A_T = \underline{0,43x^2 + 60x}$

Figura 37: Resposta correta de um grupo para o item 4 da folha de atividade 1

Anotações e cálculos

Use: $\sqrt{3} = 1,73$

Altura do triângulo da base em função de x: $h =$

$$x^2 = n^2 \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 \rightarrow n^2 = 1,5 \cdot \sqrt{3}$$

$$x^2 \cdot n^2 = x^2$$

$$n^2 = \frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{1}$$

$$n^2 = \frac{3 \times 3}{4}$$

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo ($A_B + A_L$): $A_T =$ _____

Figura 38: Resposta incorreta de um grupo para o item 4 da folha de atividade 1

O item 5 pede para o grupo escrever uma equação indicando que a área total do prisma triangular é igual à área total do prisma hexagonal.

- 26 grupos chegaram à equação esperada.
- 2 grupos não conseguiram responder, pois não concluíram o item 4.

5) Sabendo-se que a área total do silo da figura 2 deve ser igual a área total do silo obtida na questão 1, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: $0,43x^2 + 60x = 521,52$

Figura 39: Resposta correta de um grupo para o item 5 da folha de atividade 1

O item 6 pede para resolver a equação escrita no item 5.

- 25 grupos chegaram à resposta esperada (8,21 m).
- 2 grupos não fizeram, pois não responderam o item 5.
- 1 grupo errou nas aproximações e respondeu 8,19 m.

6) Determine o valor aproximado de x resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

$$0,43x^2 + 60x = 521,52$$

$$0,43x^2 + 60x - 521,52 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 60^2 - 4 \cdot 0,43 \cdot (-521,52)$$

$$\Delta = 3600 + 897,01 \quad \Delta = 4497,01$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$y_1 = \frac{-60 + 67,05}{0,86} = \frac{7,05}{0,86} = 8,21 \text{ M}$$

$$y_2 = \frac{-60 - 67,05}{0,86} = \frac{-127,05}{0,86} = -147,74$$

Figura 40: Resposta correta de um grupo para o item 6 da folha de atividade 1

6) Determine o valor aproximado de x resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos $\Delta = b^2 - 4ac$

$$0,43x^2 + 60x = 521,52$$

$$\Delta = 60^2 - 4 \cdot 0,43 \cdot 521,52$$

$$\Delta = 3600 - 1,72 \cdot 521,52$$

$$\Delta = 3600 + 897,01$$

$$\Delta = 4497,01$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-60 \pm \sqrt{4497,01}}{2 \cdot 0,43}$$

$$y_1 = \frac{-60 + 67,05}{0,86} = \frac{7,05}{0,86} = 8,21 \text{ M}$$

$$y_2 = \frac{-60 - 67,05}{0,86} = \frac{-127,05}{0,86} = -147,74$$

Figura 41: Resposta parcialmente correta para o item 6 da folha de atividade 1

O item 7 solicita que substitua a resposta do item 6 nas sentenças escritas no item 4 e calcule o valor numérico de cada uma.

- 23 grupos responderam corretamente.
- 3 grupos não fizeram. Dois deles porque não responderam o item 6 e o outro por falta de tempo.
- 1 grupo errou nas aproximações e respondeu $521,52 \text{ m}^2$ para a área total.
- 1 grupo respondeu $78,24 \text{ m}^2$ para a área total, pois colocou em lugar errado a vírgula quando calculou a área lateral, $49,26 \text{ m}^2$ ao invés de $492,6 \text{ m}^2$.

7) Substitua o valor de x , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 4 e obtenha a área lateral, a área da base e a área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos	
$60x$	
$0,43x^2$	
$0,43x^2 + 60x$	
$60 \cdot 8,21 = 492,6 \text{ m}^2$	
$0,43 \cdot 8,21^2 = 28,98$	
$28,98 + 492,6 = 521,58$	

Área da lateral do silo: $A_L = 492,6 \text{ m}^2$

Área da base do silo: $A_B = 28,98 \text{ m}^2$

Área total do silo: $A_T = 521,58 \text{ m}^2$

Figura 42: Resposta correta de um grupo para o item 7 da folha de atividade 1

7) Substitua o valor de x , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 4 e obtenha a área lateral, a área da base e a área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos

$$A_L = 20 \times 3$$

$$A_L = 20 \cdot 3,213$$

$$A_L = 49,26 \text{ m}$$

$$A_B = 0,43 x^2$$

$$A_B = 0,43 \cdot 8,21^2$$

$$A_B = 0,43 \cdot 67,40 \rightarrow A_B = 28,98 \text{ m}^2$$

$$A_T = 49,26 + 28,98$$

Área da lateral do silo: $A_L = \underline{49,26 \text{ m}^2}$

Área da base do silo: $A_B = \underline{28,98 \text{ m}^2}$

Área total do silo: $A_T = \underline{78,24 \text{ m}^2}$

Figura 43: Resposta incorreta de um grupo para o item 7 da folha de atividade 1

O item 8 pede para calcular o custo para a construção do silo em forma de prisma triangular e, em seguida, verificar se a restrição de custo é satisfeita.

- 20 grupos calcularam, responderam e justificaram corretamente (R\$ 104.316,00).
- 1 grupo respondeu R\$ 104.304,00, trata-se do mesmo grupo que errou nas aproximações no item anterior.
- 1 grupo, o mesmo que respondeu $78,24 \text{ m}^2$ para a área total, respondeu R\$ 15.648,00.
- 1 grupo indicou o cálculo de maneira correta, mas não soube interpretar o resultado mostrado no visor da calculadora, confundiu a vírgula exibida com a vírgula de nosso sistema de numeração e fez o arredondamento indicado nas instruções iniciais, respondeu R\$ 104.31 para o custo total. Trata-se do mesmo grupo e do mesmo erro cometido no item 2.
- 2 grupos erraram nos cálculos.
- 3 grupos não fizeram esse item por falta de tempo.

8) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos	
R\$ 200,00 / m ²	
A ₁ = 521,58	P _{recp} = 200 · 521,58
	P _{recp} = 104.316,00 reais

Resposta e justificativa: O custo total do silo será de R\$ 104.316,00.
Sim, pois continua sendo menor que 104.400,00 reais.

Figura 44: Resposta correta de um grupo para o item 8 da folha de atividade 1

8) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos	
104304 x 521,58	
544028 m ²	

Resposta e justificativa: AVALIANDO A ÁREA TOTAL DO
TERRENO MULTIPLICANDO COM A ÁREA DO SILO
EM METROS QUADRADOS.

Figura 45: Resposta incorreta de um grupo para o item 8 da folha de atividade 1

O item 9 solicita o cálculo do volume do prisma triangular.

- 21 grupos chegaram à resposta esperada (579,6 m³).
- 4 grupos não fizeram esse item por falta de tempo.
- 1 grupo respondeu 578 m³, multiplicou 28,9 por 20 ao invés de 28,98 por 20.
- 2 grupos erraram a resposta, é provável que tenham feito o item 7 e esquecido de arrumar os cálculos nesse item.

9) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

$$V = AB \cdot h$$

$$V = 28,98 \cdot 20$$

$$V = 579,6 \text{ m}^3$$

Volume do silo: $V = \underline{579,6 \text{ m}^3}$

Figura 46: Resposta correta de um grupo para o item 9 da folha de atividade 1

9) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

$$V = AB \cdot h$$

$$V = 28,9 \cdot 20$$

$$V = 578 \text{ m}^3$$

Volume do silo: $V = \underline{578 \text{ m}^3}$

Figura 47: Resposta incorreta de um grupo para o item 9 da folha de atividade 1

O item 10 solicita que o grupo responda qual dos dois prismas estudados possui o maior volume.

- 24 grupos responderam que o prisma hexagonal possui o maior volume.
- 3 grupos não fizeram esse item por falta de tempo.
- 1 grupo respondeu que o prisma de base triangular tem o maior volume.

10) Comparando os volumes dos dois prismas estudados nesta aula, qual apresenta a maior capacidade de armazenamento?

Resposta: O silo surgido pela empresa (figura 1) possui maior capacidade de armazenamento. $579,6 \text{ m}^3 (2) < 830,4 \text{ m}^3 (1)$

Figura 48: Resposta correta de um grupo para o item 10 da folha de atividade 1

O item 11 solicita que seja emitida uma opinião sobre a atividade. Esse item foi dividido em três perguntas:

a) o grupo gostou da atividade?

- 24 grupos responderam sim
- 1 grupo respondeu não
- 3 não responderam

b) Como o grupo avalia a atividade?

- 13 grupos responderam ótima
- 11 grupos avaliam como boa
- nenhum grupo respondeu ruim
- 3 grupos não responderam

c) Como o grupo avalia a dificuldade?

- 4 grupos responderam fácil
- 15 grupos responderam médio
- 6 grupos responderam difícil
- 3 grupos não responderam

11) Para terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

Sim Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

Ótima Boa Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

fácil médio difícil

Figura 49: Resposta de um grupo para o item 11 da folha de atividade 1

3.5.2 Folha de atividade 2

O item 1 solicita que o grupo escreva uma sentença matemática que indique a área total do prisma de base quadrada.

- Todos os 28 grupos responderam corretamente.

$AL = b \cdot h$ $AL = x \cdot 20$ $AL = 20x$ $AL = 4 \cdot 20x$ $AL = 80x$	$AB = 2 \cdot 2$ $AB = x \cdot x$ $AB = x^2$	Anotações e cálculos $AT = AB + AL$ $AT = x^2 + 80x$
---	--	--

Área da lateral do silo: $A_L = 80x$
Área da base do silo: $A_B = x^2$
Área total do silo: $A_T = x^2 + 80x$

Figura 50: Resposta correta de um grupo para o item 1 da folha de atividade 2

O item 2 pede para escrever uma equação indicando que a área total do prisma de base quadrada é igual à área total do prisma hexagonal da aula 1 (521,52 m²).

- Todos os 28 grupos responderam corretamente.

2) Sabendo-se que a área total do silo de base quadrada deve ser igual a área total do silo de base hexagonal (aula anterior), ou seja, 521,52 m², escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: $x^2 + 80x = 521,52$
 $x^2 + 80x - 521,52 = 0$

Figura 51: Resposta correta de um grupo para o item 2 da folha de atividade 2

O item 3 pede para resolver a equação escrita no item 2.

- 26 grupos responderam corretamente (lado igual 6,06 m).

- 2 grupos erraram no decorrer dos cálculos. Um errou no cálculo do discriminante da equação e o outro esqueceu um sinal de menos.

3) Determine a medida do lado do quadrado da base resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

$$l^2 + 80l - 521,52 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 80^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-521,52)$$

$$\Delta = 6400 + 2086,08$$

$$\Delta = 8486,08$$

$$l = \frac{-80 \pm \sqrt{8486,08}}{2}$$

$$l_1 = \frac{-80 - 92,11}{2} = -86,05$$

$$l_2 = \frac{-80 + 92,11}{2} = 6,06$$

$l = 6,06 \text{ m}$

Figura 52: Resposta correta de um grupo para o item 3 da folha de atividade 2

3) Determine a medida do lado do quadrado da base resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 80^2 - 4 \cdot 1 \cdot 521,52$$

$$\Delta = 6400 - 2085$$

$$\Delta = 4315$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-80 \pm \sqrt{4315}}{2} = x_1 = \frac{12,12}{2} = 6,06$$

$$x_2 = \frac{147,88}{2} = 73,94$$

Figura 53: Resposta incorreta de um grupo para o item 3 da folha de atividade 2

O item 4 solicita que substitua a resposta do item 3 nas sentenças escritas no item 1 e calcule o valor numérico de cada uma.

- 27 grupos chegaram da resposta esperada (521,52 m²).
- 1 grupo não conseguiu efetuar os cálculos.

4) Substitua a medida do lado do quadrado que você calculou na questão anterior nas sentenças matemáticas escritas na questão 1, obtendo o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos

$$A_B = 6,06^2 \quad A_L = 80 \cdot 6,06 \quad A_T = 36,72 + 484,8$$

$$A_B = 36,72 \text{ m}^2 \quad A_L = 484,8 \text{ m}^2 \quad A_T = 521,52 \text{ m}^2$$

Área da lateral do silo: $A_L = \underline{484,8 \text{ m}^2}$
 Área da base do silo: $A_B = \underline{36,72 \text{ m}^2}$
 Área total do silo: $A_T = \underline{521,52 \text{ m}^2}$

Figura 54: Resposta correta de um grupo para o item 4 da folha de atividade 2

O item 5 pede para calcular o custo para a construção do silo em forma de prisma de base quadrada e, em seguida, verificar se a restrição de custo é satisfeita.

- 25 grupos calcularam, responderam e justificaram corretamente (R\$ 104.304,00).
- 1 grupo não fez.
- 1 grupo respondeu corretamente, mas não efetuou os cálculos.
- 1 grupo somou 521,52 com 200 e respondeu R\$ 721,52.

5) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m^2 da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

$$P = 521,52 \cdot 200$$

$$P = 104.304,00 \text{ reais}$$

Resposta e justificativa: É satisfeita porque 104.304,00 reais ainda é menor que 104.400,00 reais.

Figura 55: Resposta correta de um grupo para o item 5 da folha de atividade 2

O item 6 solicita o cálculo do volume do prisma de base quadrada.

- 23 grupos responderam corretamente ($734,4 \text{ m}^3$).
- 1 grupo não fez.
- 1 grupo fez a seguinte conta: $521,52 \cdot 80$.
- 1 grupo usou como área da base $6,06$ e respondeu que o volume é $121,2$.
- 2 grupos usaram $484,4 \text{ m}^2$ (área lateral) como área da base e fizeram $484,4 \cdot 20$, obtendo 9688 m^3 para o volume do prisma.

6) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = 36,72 \cdot 20$$

$$V = 734,4 \text{ m}^3$$

Volume do silo: $V = 734,4 \text{ m}^3$

Figura 56: Resposta correta de um grupo para o item 6 da folha de atividade 2

O item 7 solicita que o grupo escreva uma sentença matemática que indique a área total do cilindro.

- 23 grupos escreveram corretamente a resposta esperada.
- 3 grupos não fizeram.
- 2 grupos escreveram apenas a sentença da área da base, $3,14 \cdot r^2$. Esses grupos não se atentaram que a área lateral do cilindro é um retângulo de base $2 \cdot \pi \cdot r$ e altura 20 metros.

Anotações e cálculos		Use: $\pi = 3,14$
$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 20$	$A_B = \pi \cdot r^2$	
$2 \cdot 3,14 \cdot r \cdot 20$	$3,14 \cdot r^2$	
$6,28 \cdot r \cdot 20$		
$125,6 \cdot r$		
	$A_T = 3,14 \cdot r^2 + 125,6 \cdot r$	

Área da lateral do silo: $A_L = \underline{125,6 \cdot r}$
 Área da base do silo: $A_B = \underline{3,14 \cdot r^2}$
 Área total do silo: $A_T = \underline{3,14 \cdot r^2 + 125,6 \cdot r}$

Figura 57: Resposta correta de um grupo para o item 7 da folha de atividade 2

O item 8 pede para escrever uma equação indicando que a área total do cilindro é igual à área total do prisma hexagonal da aula 1 (521,52 m²).

- 22 grupos escreveram corretamente a equação.
- 5 grupos não conseguiram escrever a equação, pois não fizeram ou não concluíram o item 7.
- 1 grupo respondeu $3,14 \cdot r^2 + 125,6 \cdot r + 521,52 = 0$, errando no sinal do termo independente.
- 25 grupos escreveram as fórmulas $C = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 20$ e $A = \pi \cdot r^2$.

8) Sabendo-se que a área total do silo de base circular deve ser igual a área total do silo de base hexagonal (aula anterior), ou seja, 521,52 m², escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: $\underline{3,14r^2 + 125,6r = 521,52 \text{ m}^2}$

Figura 58: Resposta correta de um grupo para o item 8 da folha de atividade 2

O item 9 pede para resolver a equação escrita no item 8.

- 19 grupos responderam corretamente ($r = 3,79$ metros).
- 6 grupos não fizeram, pois não concluíram os itens 7 e 8.

- 3 grupos erraram na resolução da equação. Um erro no cálculo do discriminante e os outros dois no cálculo das raízes da equação.

9) Determine o valor de r resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

$$3,14R^2 + 125,6R - 521,52 = 0$$

$$\Delta = 125,6^2 - 4 \cdot 3,14 \cdot (-521,52)$$

$$\Delta = 15775,36 + 6550,29$$

$$\Delta = 22325,65$$

$$r = \frac{-125,6 \pm \sqrt{22325,65}}{2 \cdot 3,14}$$

$$r_1 = \frac{-125,6 + 149,41}{6,28} = 3,79 \text{ m}$$

$$r_2 = \frac{-125,6 - 149,41}{6,28} = -43,79 \text{ m}$$

$r = 3,79 \text{ m}$

Figura 59: Resposta correta de um grupo para o item 9 da folha de atividade 2

9) Determine o valor de r resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

$$\Delta = B^2 - 4ac$$

$$\Delta = 125,6^2 - 4 \cdot 3,14 \cdot 521,52$$

$$\Delta = 15775,36 - 6550,29$$

$$\Delta = 9225,07$$

$$X = \frac{-125,6 \pm \sqrt{96,04}}{2 \cdot 3,14}$$

$$x_1 = \frac{-125,6 + 96,04}{6,28} = -4,70$$

$$x_{11} = \frac{-125,6 - 96,04}{6,28} = -35,29$$

Figura 60: Resposta incorreta de um grupo para o item 9 da folha de atividade 2

O item 10 solicita que substitua a resposta do item 9 nas sentenças escritas no item 7 e calcule o valor numérico de cada uma.

- 4 grupos chegaram à resposta esperada ($521,12 \text{ m}^2$).
- 15 grupos responderam $521,11 \text{ m}^2$ (resposta considerada correta), pois efetuaram o arredondamento a cada operação realizada.
- 9 grupos não conseguiram fazer, pois não concluíram ou erraram os itens anteriores.

10) Substitua o valor de r , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 7 e obtenha o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos		
$A_B = 3,14 \cdot 3,79^2$	$A_L = 125,6 \cdot 3,79$	$A_T = 45,10 + 476,02$
$A_B = 45,10 \text{ m}^2$	$A_L = 476,02 \text{ m}^2$	$A_T = 521,12 \text{ m}^2$

Área da lateral do silo: $A_L = \underline{476,02 \text{ m}^2}$

Área da base do silo: $A_B = \underline{45,10 \text{ m}^2}$

Área total do silo: $A_T = \underline{521,12 \text{ m}^2}$

Figura 61: Resposta correta de um grupo para o item 10 da folha de atividade 2

10) Substitua o valor de r , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 7 e obtenha o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos
$A_T = 3,14 \cdot 3,79^2 + 125,6 \cdot 3,79$
$A_T = 3,14 \cdot 14,36 + 476,02$
$A_T = 45,09 + 476,02$
$A_T = 521,11 \text{ m}^2$

Área da lateral do silo: $A_L = \underline{125,6 \cdot 3,79 \text{ m}^2}$

Área da base do silo: $A_B = \underline{3,14 \cdot 14,36 = 45,09 \text{ m}^2}$

Área total do silo: $A_T = \underline{521,11 \text{ m}^2}$

Figura 62: Resposta considerada correta para o item 10 da folha de atividade 2

O item 11 pede para calcular o custo para a construção do silo Cilíndrico e, em seguida, verificar se a restrição de custo é satisfeita.

- 4 grupos responderam corretamente (R\$ 104.224,00).
- 15 grupos responderam R\$ 104.222,00 (resposta considerada correta).
- 9 grupos erraram ou não fizeram esse item, pois não concluíram os itens anteriores.

11) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m² da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

$P = 521,12 \cdot 200$

$P = 104.224,00$ reais.

Resposta e justificativa: Sim, pois 104.224,00 reais é mais barato que 104.400,00 reais.

Figura 63: Resposta correta de um grupo para o item 11 da folha de atividade 2

11) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m² da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

$521,11 \cdot 200 = 104.222,00$

Resposta e justificativa: O valor do custo foi de 104.222,00. É satisfeita, porque o valor do custo de 104.222,00, não ultrapassa o valor disponibilizado que é de 104.400,00.

Figura 64: Resposta considerada correta para o item 11 da folha de atividade 2

O item 12 solicita o cálculo do volume do cilindro.

- 4 grupos responderam corretamente (902 m^3).
- 15 grupos responderam $901,8 \text{ m}^3$ (resposta considerada correta).
- 9 grupos não fizeram.

12) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

$$V = A_B \cdot h$$

$$V = 45,10 \cdot 20$$

$$V = 902 \text{ m}^3$$

Volume do silo: $V = \underline{902 \text{ m}^3}$

Figura 65: Resposta correta de um grupo para o item 12 da folha de atividade 2

12) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

$$V = 45,09 \cdot 20$$

$$V = 901,8 \text{ m}^3$$

Volume do silo: $V = \underline{A_B \cdot h}$

Figura 66: Resposta considerada correta para o item 12 da folha de atividade 2

O item 13 solicita que o grupo responda qual dos dois formatos estudados na aula 2 possui o maior volume.

- 19 grupos responderam que o cilindro possui o maior volume.
- 9 grupos não responderam.

13) Comparando os volumes do prisma reto de base quadrada e do cilindro estudados nesta aula, qual apresenta a maior capacidade de armazenamento?

O cilindro tem a maior capacidade de armazenamento.

Figura 67: Resposta correta de um grupo para o item 13 da folha de atividade 2

O item 14 tem o propósito de comparar o volume dos quatro formatos estudados nas aulas 1 e 2 e solicita a escolha daquele de maior volume.

- 18 grupos responderam corretamente (cilindro).
- 1 grupo respondeu o prisma triangular.
- 9 grupos não responderam.

14) Considerando os quatro formatos estudados (Prisma reto de base hexagonal, prisma reto de base triangular, prisma reto de base quadrada e o Cilindro) e lembrando que Marcos deverá decidir pela construção do silo com o formato que apresentar a maior capacidade de armazenamento, qual a opção deverá ser escolhida pelo estagiário?

O cilindro que tem maior capacidade de armazenamento.

Figura 68: Resposta correta de um grupo para o item 14 da folha de atividade 2

O item 15 solicita o preenchimento de uma tabela que organiza os quatro formatos estudados. Na 1ª posição deverá ser colocado o formato que apresentou o maior volume e na 4ª posição o formato que apresentou o menor volume.

- 19 grupos preencheram corretamente a tabela.
- 1 grupo errou, provavelmente escreveu a resposta de forma aleatória.
- 8 grupos não fizeram.

15) Preencha a tabela abaixo com o nome das quatro formas estudadas, colocando na 1ª posição a forma que apresentou o maior volume e na 4ª posição a forma que apresentou o menor volume. (Lembre-se que a base do Cilindro pode ser considerada como um polígono com infinitos lados)

Posição	Formato	"Número de lados" da base
1ª	<i>Cilindro</i>	<i>infinitos</i>
2ª	<i>Prisma de base hexagonal</i>	<i>6</i>
3ª	<i>Prisma de base quadrada</i>	<i>4</i>
4ª	<i>Prisma de base triangular</i>	<i>3</i>

Figura 69: Resposta correta de um grupo para o item 15 da folha de atividade 2

15) Preencha a tabela abaixo com o nome das quatro formas estudadas, colocando na 1ª posição a forma que apresentou o maior volume e na 4ª posição a forma que apresentou o menor volume. (Lembre-se que a base do Cilindro pode ser considerada como um polígono com infinitos lados)

Posição	Formato	"Número de lados" da base
1ª	Prisma reto de base hexagonal	6
2ª	Prisma reto de base triangular	3
3ª	Prisma reto de base quadrada	4
4ª	Cilindro	∞

Figura 70: Resposta incorreta de um grupo para o item 15 da folha de atividade 2

O objetivo do item 16 é verificar se o grupo consegue estabelecer alguma relação entre o número de lados da base e o volume dos formatos propostos para o silo.

- 19 grupos conseguiram estabelecer a relação esperada.
- 6 grupos não responderam
- 3 grupos responderam corretamente, porém sem concluírem os itens anteriores.

16) Analisando a tabela da questão anterior, seu grupo consegue estabelecer alguma relação entre a quantidade de lados da base e a capacidade de armazenamento (volume) de cada um dos quatro formatos apresentados? Caso a resposta seja sim, descreva a relação observada.

Sim, pois quanto maior o número de
lados, maior a capacidade de armazenamento

Figura 71: Resposta de um grupo para o item 16 da folha de atividade 2

O item 17 solicita que seja emitida uma opinião sobre a atividade. Esse item foi dividido em três perguntas:

- a) o grupo gostou da atividade?
 - 24 grupos responderam sim
 - 2 grupos responderam não
 - 2 não responderam

b) Como o grupo avalia a atividade?

- 11 grupos responderam ótima
- 14 grupos avaliam como boa
- nenhum grupo respondeu ruim
- 2 grupos não responderam

c) Como o grupo avalia a dificuldade?

- 4 grupos responderam fácil
- 15 grupos responderam médio
- 7 grupos responderam difícil
- 2 grupos não responderam

3.6 Resultados

Os resultados da folha de atividade 1 estão representados na tabela 1.

Folha de Atividade 1	Objetivo atingido	Objetivo atingido parcialmente	Objetivo não atingido
Item 1	27	-	1
Item 2	25	1	2
Item 3	26	1	1
Item 4	26	-	2
Item 5	26	-	2
Item 6	25	1	2
Item 7	23	1	4
Item 8	20	1	7
Item 9	22	-	6
Item 10	24	-	4

Tabela 1: Resultados da folha de atividade 1

Os resultados da folha de atividade 2 estão representados na tabela 2.

Folha de Atividade 2	Objetivo atingido	Objetivo atingido parcialmente	Objetivo não atingido
Item 1	28	-	-
Item 2	28	-	-
Item 3	26	-	2
Item 4	27	-	1
Item 5	25	-	3
Item 6	23	-	5
Item 7	23	-	5
Item 8	22	-	6
Item 9	19	-	9
Item 10	19	-	9
Item 11	19	-	9
Item 12	19	-	9
Item 13	19	-	9
Item 14	18	-	10
Item 15	19	-	9
Item 16	19	-	9

Tabela 2: Resultados da folha de atividade 2

Estes foram os resultados obtidos na aplicação das folhas de atividades 1 e 2. Após a análise dos resultados, fizemos a correção das atividades em sala de aula com os alunos. Nesse momento os estudantes puderam esclarecer as dúvidas que ficaram pendentes, bem como discutir outros caminhos para a solução de algumas atividades. Os grupos que tiveram mais dificuldade e deixaram de responder alguns itens propostos foram atendidos individualmente e isto favoreceu o processo de aprendizagem. Atribuímos uma nota de zero a dez a cada grupo em cada uma das duas aulas de 100 minutos, conforme combinado previamente com os alunos. Essa nota foi usada como um dos instrumentos avaliativos do quarto bimestre, o que contribuiu para estimular o empenho dos alunos na realização da atividade. No próximo capítulo faremos nossas considerações finais.

Capítulo 4

Considerações Finais

4.1 Introdução

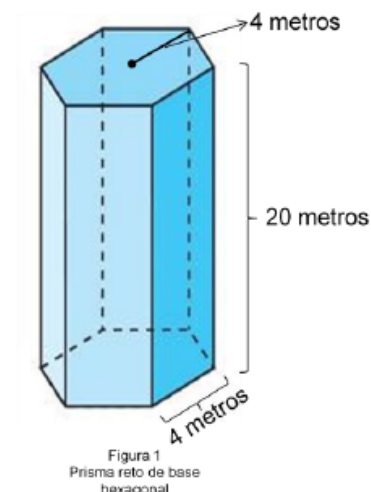
Nesse capítulo vamos sugerir modificações nas folhas de atividades. Essas modificações serão feitas com base nas observações realizadas durante a aplicação e nos resultados analisados no capítulo 3, com o propósito de melhorar a dinâmica da aplicação e o número de acertos em alguns itens específicos e, conseqüentemente, atingir totalmente os objetivos propostos. No final deste capítulo faremos as considerações finais para o encerramento deste trabalho.

4.2 Modificações

A primeira modificação que estamos propondo tem o objetivo de corrigir a redação do problema da aula 1. O trecho “A empresa Negócios da China, contratada para efetuar a construção, sugeriu a construção do silo em forma de um prisma reto de base hexagonal...” foi modificado para “A empresa Negócios da China, contratada para efetuar a construção, sugeriu o silo em forma de prisma reto de base hexagonal...”. O trecho “Dessa forma, Marcos pensou em mais três opções para o formato do silo, são elas:” foi modificado para “Dessa forma, Marcos pensou em mais três opções para o formato do silo. São elas:”. Por último, o trecho “respeitando às restrições de custo e de altura.” foi modificado para “respeitando as restrições de custo e de altura.”.

Problema:

A cooperativa agro-industrial CoMat pretende construir um silo para armazenar grãos de soja ou milho proveniente da colheita de seus cooperados. A empresa Negócios da China, contratada para efetuar a construção, sugeriu a construção do silo em forma de um prisma reto de base hexagonal, conforme figura ao lado, sem a cobertura (sem a tampa de cima), que será construída pela própria cooperativa. A empresa cobra R\$ 200,00 por metro quadrado da área de superfície construída do silo. (Área da base + Área lateral).



Marcos, estagiário do curso de Matemática na cooperativa, resolveu analisar a proposta dada pela empresa e estudar outros formatos para o silo, pois gostaria de escolher o formato que apresentasse a maior capacidade de armazenamento, ter altura igual a 20 metros e não ultrapassar o custo total de R\$ 104.400,00, valor disponibilizado pela cooperativa. Dessa forma, Marcos pensou em mais três opções para o formato do silo, são elas:

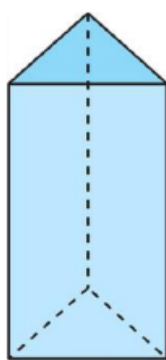


Figura 2
Prisma reto de base triangular

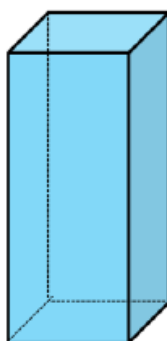


Figura 3
Prisma reto de base quadrada



Figura 4
Cilindro

Ajude Marcos a realizar um estudo detalhado das quatro opções mostradas, para que ele seja capaz de escolher aquela que apresente a maior capacidade de armazenamento respeitando às restrições de custo e de altura.

Figura 72: Problema da folha de atividade 1 - Original

Problema:

A cooperativa agro-industrial CoMat pretende construir um silo para armazenar grãos de soja ou milho proveniente da colheita de seus cooperados. A empresa Negócios da China, contratada para efetuar a construção, sugeriu o silo em forma de prisma reto de base hexagonal, conforme a figura ao lado, sem a cobertura (sem a tampa de cima), que será construída pela própria cooperativa. A empresa cobra R\$ 200,00 por metro quadrado da área de superfície construída do silo. (Área da base + Área lateral).

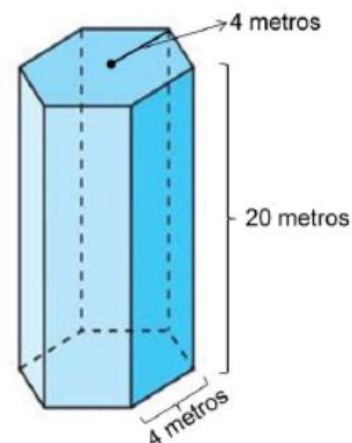


Figura 1
Prisma reto de base hexagonal

Marcos, estagiário do curso de Matemática na cooperativa, resolveu analisar a proposta dada pela empresa e estudar outros formatos para o silo, pois gostaria de escolher o formato que apresentasse a maior capacidade de armazenamento, ter altura igual a 20 metros e não ultrapassar o custo total de R\$ 104.400,00, valor disponibilizado pela cooperativa. Dessa forma, Marcos pensou em mais três opções para o formato do silo. São elas:

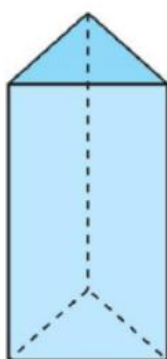


Figura 2
Prisma reto de base triangular

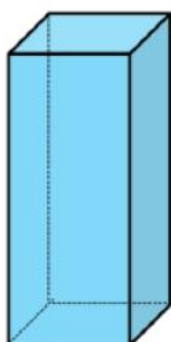


Figura 3
Prisma reto de base quadrada



Figura 4
Cilindro

Ajude Marcos a realizar um estudo detalhado das quatro opções mostradas, para que ele seja capaz de escolher aquela que apresente a maior capacidade de armazenamento respeitando as restrições de custo e de altura.

Figura 73: Problema da folha de atividade 1 - Modificado

Corrigimos também a redação dos itens 1, 4 e 5 da folha de atividade 1 e dos itens 1, 7, 14 e 15 da folha de atividade 2, conforme indicado nas figuras abaixo:

1) A figura abaixo representa a planificação do silo da figura 1 (Sugestão dada pela empresa). Baseando-se nela calcule a área lateral, a área da base e obtenha a área total do silo em metros quadrados. (Lembre-se: O prisma não tem a tampa de cima)

Figura 74: Redação original do item 1 da folha de atividade 1

1) A figura abaixo representa a planificação do silo da Figura 1 (sugestão dada pela empresa). Baseando-se nela calcule a área lateral, a área da base e obtenha a área total do silo em metros quadrados. (Lembre-se: o prisma não tem a tampa de cima)

Figura 75: Redação modificada do item 1 da folha de atividade 1

4) A figura abaixo representa a planificação do silo da figura 2. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: O prisma não tem a tampa de cima)

Figura 76: Redação original do item 4 da folha de atividade 1

4) A figura abaixo representa a planificação do silo da Figura 2. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: o prisma não tem a tampa de cima)

Figura 77: Redação modificada do item 4 da folha de atividade 1

5) Sabendo-se que a área total do silo da figura 2 deve ser igual a área total do silo obtida na questão 1, escreva uma equação que indique esse fato.

Figura 78: Redação original do item 5 da folha de atividade 1

5) Sabendo-se que a área total do silo da Figura 2 deve ser igual a área total do silo obtida na questão 1, escreva uma equação que indique esse fato.

Figura 79: Redação modificada do item 5 da folha de atividade 1

1) A figura abaixo representa a planificação do silo em forma de Prisma reto de base quadrada. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: O prisma não tem a tampa de cima)

Figura 80: Redação original do item 1 da folha de atividade 2

1) A figura abaixo representa a planificação do silo em forma de prisma reto de base quadrada. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: o prisma não tem a tampa de cima)

Figura 81: Redação modificada do item 1 da folha de atividade 2

7) A figura abaixo representa a planificação do silo em forma de Cilindro. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: O cilindro não tem a tampa de cima)

Figura 82: Redação original do item 7 da folha de atividade 2

7) A figura abaixo representa a planificação do silo em forma de cilindro. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: o cilindro não tem a tampa de cima)

Figura 83: Redação modificada do item 7 da folha de atividade 2

14) Considerando os quatro formatos estudados (Prisma reto de base hexagonal, prisma reto de base triangular, prisma reto de base quadrada e o Cilindro) e lembrando que Marcos deverá decidir pela construção do silo com o formato que apresentar a maior capacidade de armazenamento, qual a opção deverá ser escolhida pelo estagiário?

Figura 84: Redação original do item 14 da folha de atividade 2

14) Considerando os quatro formatos estudados (prisma reto de base hexagonal, prisma reto de base triangular, prisma reto de base quadrada e o cilindro) e lembrando que Marcos deverá decidir pela construção do silo com o formato que apresentar a maior capacidade de armazenamento, qual a opção deverá ser escolhida pelo estagiário?

Figura 85: Redação modificada do item 14 da folha de atividade 2

15) Preencha a tabela abaixo com o nome das quatro formas estudadas, colocando na 1ª posição a forma que apresentou o maior volume e na 4ª posição a forma que apresentou o menor volume. (Lembre-se que a base do Cilindro pode ser considerada como um polígono com infinitos lados)

Figura 86: Redação original do item 15 da folha de atividade 2

15) Preencha a tabela abaixo com o nome das quatro formas estudadas, colocando na 1ª posição a forma que apresentou o maior volume e na 4ª posição a forma que apresentou o menor volume. (Lembre-se que a base do cilindro pode ser considerada como um polígono com infinitos lados)

Figura 87: Redação modificada do item 15 da folha de atividade 2

A próxima modificação será feita com o propósito de proporcionar ao grupo avaliar de forma qualitativa a atividade realizada nas aulas 1 e 2. Na nova versão do item 11, folha de atividade 1, e do item 17, folha de atividade 2, o grupo pode relatar e justificar a sua opinião, o que não era possível no formato original. As figuras abaixo mostram a modificação realizada nos itens 11 e 17 das folhas de atividades 1 e 2, respectivamente:

Para terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

Sim Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

Ótima Boa Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

fácil médio difícil

Figura 88: Item 11 (folha de ativ. 1) e item 17 (folha de ativ. 2) - Original

<p>Relate o que seu grupo achou da atividade?</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

Figura 89: Item 11 (folha de ativ. 1) e item 17 (folha de ativ. 2) - Modificado

As últimas modificações serão feitas nos itens 2 e 8 da folha de atividade 1 e nos itens 5 e 11 da folha de atividade 2. Como dito no capítulo 2, um dos objetivos desses itens é verificar se os cálculos efetuados nas atividades anteriores estão corretos, já que se o custo obtido ultrapassar ou ficar muito abaixo do valor disponibilizado pela empresa o estudante deverá rever esses cálculos, a fim de evitar a propagação de erros para os demais itens e, assim, comprometer toda a aula. Nesse sentido, fica claro para o estudante que se o custo de construção obtido ultrapassar o valor máximo disponibilizado pela empresa, os cálculos anteriores apresentam erro que deverá ser verificado, porém, uma outra situação pode ocorrer, o valor obtido para o custo de construção ser muito menor que a restrição de custo. A palavra “muito” tem sentido subjetivo, quanto, que valor seria muito? Portanto, resolvemos especificar quanto é esse muito, para isso incluímos nos itens 2 e 8 da folha de atividade 1 e no item 5 da folha de atividade 2 a seguinte observação: **“IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 100,00.”**. Segue abaixo os itens 2 e 8 da folha de atividade 1 e o item 5 da folha atividade 2 nas versões originais e modificadas:

Original:

2) Qual é o custo total de construção do silo? A sugestão dada pela empresa atende a restrição de custo? Justifique.

Anotações e cálculos

Resposta e justificativa: _____

Figura 90: Item 2 da folha de atividade 1 - Original

Modificado:

2) Qual é o custo total de construção do silo? A sugestão dada pela empresa atende a restrição de custo? Justifique.

Anotações e cálculos

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 100,00.

Resposta e justificativa: _____

Figura 91: Item 2 da folha de atividade 1 - Modificado

Original:

8) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Resposta e justificativa: _____

Figura 92: Item 8 da folha de atividade 1 - Original

Modificado:

8) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 100,00.

Resposta e justificativa: _____

Figura 93: Item 8 da folha de atividade 1 - Modificado

Original:

5) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m² da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

Resposta e justificativa: _____

Figura 94: Item 5 da folha de atividade 2 - Original

Modificado:

5) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m² da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 100,00.

Resposta e justificativa: _____

Figura 95: Item 5 da folha de atividade 2 - Modificado

No item 11 da folha de atividade 2, incluímos a mesma observação, porém aumentamos de R\$ 100,00 para R\$ 180,00 a diferença máxima a ser verificada entre o valor disponibilizado pela empresa e o valor obtido como resposta, pois as aproximações realizadas durante os cálculos refletirão um erro maior na solução final.

Original:

11) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m² da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

Resposta e justificativa: _____

Figura 96: Item 11 da folha de atividade 2 - Original

Modificado:

11) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m² da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 180,00.

Resposta e justificativa: _____

Figura 97: Item 11 da folha de atividade 2 - Modificado

4.3 Considerações finais

O estudo de Geometria Métrica Espacial é tratado de forma sistemática na segunda série do Ensino Médio. Neste nível do aprendizado, os estudantes já tiveram contato com os conceitos de Geometria, fórmulas para o cálculo de áreas de figuras geométricas planas e com os conceitos e fórmulas para o cálculo do volume

de alguns sólidos geométricos (cubo e paralelepípedo). Apesar disso, os estudantes apresentam muitas dificuldades ao tratar esse tema na segunda série do Ensino Médio, a maioria não se lembra de como calcular áreas e volumes das figuras e dos sólidos mais simples, o que mostra que não houve aprendizado ou que ele não foi significativo, esse é o momento mais complicado nesse processo. Essas dificuldades podem ter várias causas, uma delas e, provavelmente a principal, é o fato de abordar este assunto em uma aula expositiva e de maneira abstrata, onde são apresentados aos estudantes inúmeras fórmulas e definições e, em seguida, uma lista de exercícios para que os alunos utilizem essas expressões e realizem cálculos excessivos sem sentido para eles.

Em nossa dissertação de Mestrado Profissional não propomos maneiras de se obter ou de justificar matematicamente as fórmulas para o cálculo de áreas de figuras planas e as fórmulas para o cálculo do volume de sólidos geométricos, mas apresentamos uma proposta de atividade desafiadora e significativa que desenvolva nos estudantes o raciocínio geométrico espacial e algébrico. Propomos uma sequência didática para o estudo autônomo de Geometria Métrica Espacial que proporcione aos estudantes a oportunidade de aplicar e dar significado aos seus conhecimentos, permitindo que sejam indivíduos ativos no processo de ensino e aprendizagem, evitando o excesso de aulas expositivas.

Nosso produto didático se aplica em um determinado momento durante o estudo de Geometria Métrica Espacial. Supõe que os estudantes possuam alguns conhecimentos prévios, teorema de Pitágoras, resolução de equações do segundo grau, unidades de medida, áreas de figuras planas e volume de prismas e do cilindro.

As folhas de atividades que construímos ao longo dessa pesquisa formam um material diferente do que encontramos nos livros didáticos e em outras propostas. Nosso produto didático tem 12 páginas e exige cerca de 4 aulas de 50 minutos para ser finalizado. Além disso, exige pouca intervenção do professor, o que proporciona o desenvolvimento da autonomia dos estudantes na elaboração das soluções e, conseqüentemente, em seu processo de aprendizagem.

A validação deste experimento foi feita, em linhas gerais, conforme sugere a metodologia denominada Engenharia Didática. Aplicamos o produto didático em três classes da segunda série do Ensino Médio e analisamos os resultados dessa aplicação. Em vista de algumas observações realizadas durante a

aplicação, fizemos pequenas modificações. Dessa forma, consideramos que os objetivos propostos foram alcançados, pois conforme a análise do desempenho dos estudantes e das respostas dadas no item 11 da folha de atividade 1 e no item 17 da folha de atividade 2 os alunos gostaram da atividade.

Fiquei contente em realizar esse trabalho, a experiência adquirida foi muito boa e, sem dúvida, favoreceu o enriquecimento de minha prática docente. Por isso, pretendo elaborar outras folhas de atividades.

As folhas de atividades apresentadas neste trabalho estão disponíveis para que outros professores as utilizem. Gostaria muito que os colegas aplicassem este experimento em sua sala de aula, para isto as folhas de atividades podem ser adaptadas conforme o professor desejar, a fim de atender as necessidades de sua turma.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S. A.; COUTINHO, C.Q.S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. Revista Eletrônica da Educação Matemática. Santa Catarina, v. 3, n. 6, p. 62-77, 2008.

ARTIGUE, M. et al. **Un Esquema para la Investigación y la Innovación en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas**. En Educación Matemática. México: Grupo editorial Iberoamérica, 1996.

BRASIL. Secretária de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio, ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília, 2000, 144 p.

Disponível em:

<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 5 de fev. 2014.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos parâmetros curriculares nacionais de Matemática**. Brasília, 1997. 88 p.

Disponível em:

<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 5 de fev. 2014.

BRASIL. Secretária de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília, 2006. v. 2, 135 p.

Disponível em:

< http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 4 de fev. 2014.

DANTE, L.R. **Matemática contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2011. v. 2, 736 p.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução de Hygino Domingues. Campinas: UNICAMP, 1997. 843 p.

IEZZI, G. et al. **Matemática ciência e aplicações**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010. v. 2, 172 p.

LOPES, S. R. **Metodologia do ensino da matemática**. Curitiba: Ibpex, 2005.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** In. Educação Matemática em Revista – SBEM 4, 1995, p. 3-13.

PAIVA, M. **Matemática Paiva**. São Paulo: Moderna, 2009. v. 2, 312 p.

PATERLINI, R. R. **Geometria Elementar gênese e desenvolvimento**. Departamento de Matemática – UFSCAR, 2013.

Disponível em:

< http://www.dm.ufscar.br/~ptlini/geo_paterlini_completo_21_03_2013.pdf>. Acesso em: 30 de jan. 2014.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, Interciência, 1978.

_____. O ensino por meio de problemas. **Revista do Professor de Matemática**, n .7, p. 11-16, 1985.

Apêndice A

Folhas de atividades aplicadas em sala de aula.



Nomes: _____ série: _____



Atividade: Geometria métrica espacial – Áreas e volumes do cilindro e de prismas.

O estudo de Geometria Espacial é de suma importância para o desenvolvimento da capacidade de abstração, resolução de problemas práticos do cotidiano, estimar e comparar resultados, reconhecer propriedades das formas geométricas, calcular áreas, volumes e trabalhar com diferentes unidades de medida. Veja o problema apresentado abaixo e ajude o estagiário Marcos a superá-lo.

Problema:

A cooperativa agro-industrial CoMat pretende construir um silo para armazenar grãos de soja ou milho proveniente da colheita de seus cooperados. A empresa Negócios da China, contratada para efetuar a construção, sugeriu a construção do silo em forma de um prisma reto de base hexagonal, conforme figura ao lado, sem a cobertura (sem a tampa de cima), que será construída pela própria cooperativa. A empresa cobra R\$ 200,00 por metro quadrado da área de superfície construída do silo. (Área da base + Área lateral).

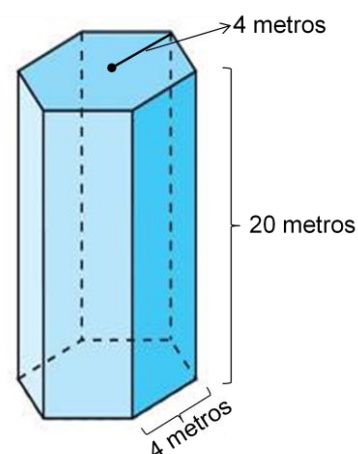


Figura 1
Prisma reto de base hexagonal

Marcos, estagiário do curso de Matemática na cooperativa, resolveu analisar a proposta dada pela empresa e estudar outros formatos para o silo, pois gostaria de escolher o formato que apresentasse a maior capacidade de armazenamento, ter altura igual a 20 metros e não ultrapassar o custo total de R\$ 104.400,00, valor disponibilizado pela cooperativa. Dessa forma, Marcos pensou em mais três opções para o formato do silo, são elas:

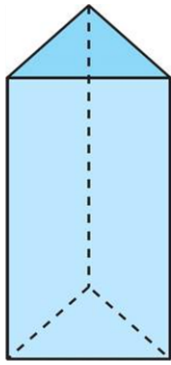


Figura 2
Prisma reto de base triangular

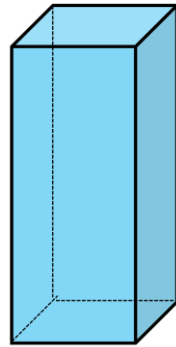


Figura 3
Prisma reto de base quadrada



Figura 4
Cilindro

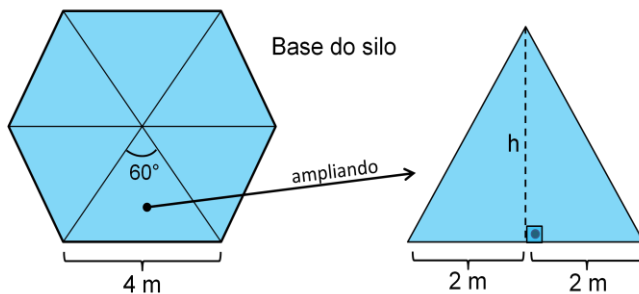
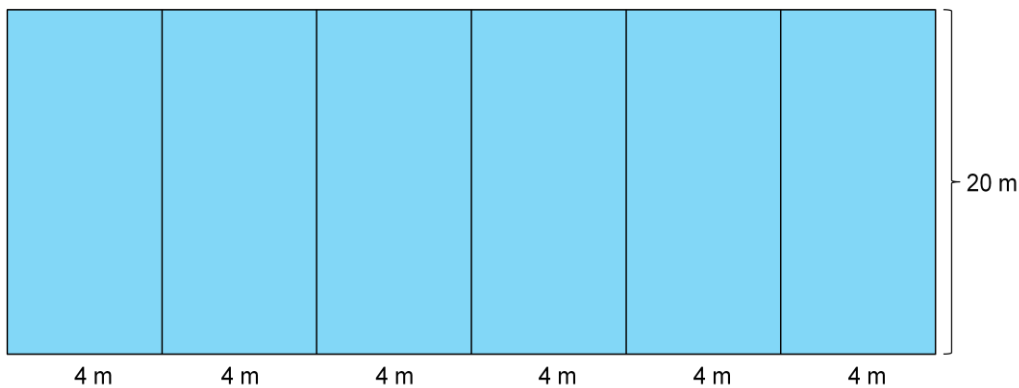
Ajude Marcos a realizar um estudo detalhado das quatro opções mostradas, para que ele seja capaz de escolher aquela que apresente a maior capacidade de armazenamento respeitando às restrições de custo e de altura.

Dica: Ao fazer as contas nas atividades a seguir, use calculadora e aproxime os resultados com duas casas decimais.

Estudo do silo em forma de Prisma reto de base hexagonal (Figura 1)

1) A figura abaixo representa a planificação do silo da figura 1 (Sugestão dada pela empresa). Baseando-se nela calcule a área lateral, a área da base e obtenha a área total do silo em metros quadrados. (Lembre-se: O prisma não tem a tampa de cima)

Lateral do silo



Anotações e cálculos

Use: $\sqrt{12} = 3,46$

Anotações e cálculos

Use: $\sqrt{12} = 3,46$

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Medida da altura do triângulo que compõe a base: $h =$ _____

Área do triângulo que compõe a base: $A_{\Delta} =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

2) Qual é o custo total de construção do silo? A sugestão dada pela empresa atende a restrição de custo? Justifique.

Anotações e cálculos

Resposta e justificativa: _____

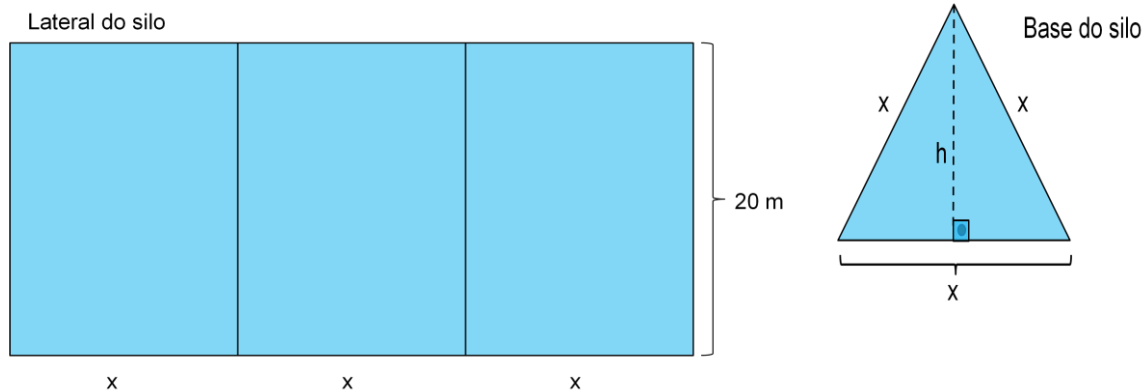
3) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

Volume do silo: $V =$ _____

Estudo do silo em forma de Prisma reto de base triangular (Figura 2)

4) A figura abaixo representa a planificação do silo da figura 2. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: O prisma não tem a tampa de cima)



Anotações e cálculos Use: $\sqrt{3} = 1,73$

Altura do triângulo da base em função de x : $h =$

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo ($A_B + A_L$): $A_T =$ _____

5) Sabendo-se que a área total do silo da figura 2 deve ser igual a área total do silo obtida na questão 1, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: _____

6) Determine o valor aproximado de x resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

7) Substitua o valor de x , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 4 e obtenha a área lateral, a área da base e a área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

8) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Resposta e justificativa: _____

9) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

Volume do silo: $V =$ _____

10) Comparando os volumes dos dois prismas estudados nesta aula, qual apresenta a maior capacidade de armazenamento?

Resposta: _____

11) Para terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

Sim Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

Ótima Boa Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

fácil médio difícil



Nomes: _____ série: _____



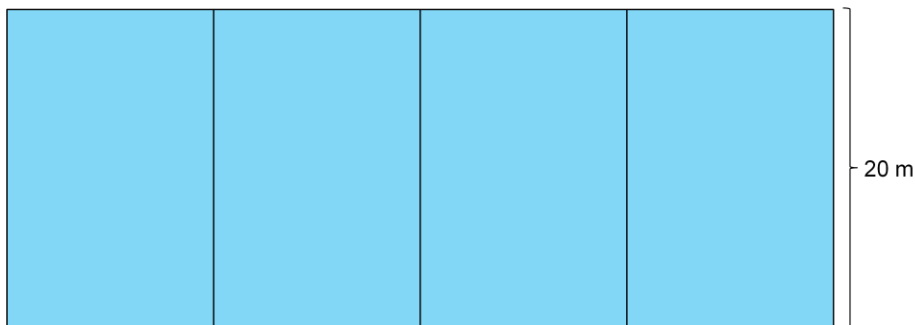
Atividade: Geometria métrica espacial – Áreas e volumes do cilindro e de prismas.

Dica: Ao fazer as contas nas atividades a seguir, use calculadora e aproxime os resultados com duas casas decimais.

Estudo do silo em forma de Prisma reto de base quadrada

1) A figura abaixo representa a planificação do silo em forma de Prisma reto de base quadrada. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: O prisma não tem a tampa de cima)

Lateral do silo



Base do silo



Anotações e cálculos

Anotações e cálculos

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

2) Sabendo-se que a área total do silo de base quadrada deve ser igual a área total do silo de base hexagonal (aula anterior), ou seja, $521,52 \text{ m}^2$, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: _____

3) Determine a medida do lado do quadrado da base resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

4) Substitua a medida do lado do quadrado que você calculou na questão anterior nas sentenças matemáticas escritas na questão 1, obtendo o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

5) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m^2 da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

Resposta e justificativa: _____

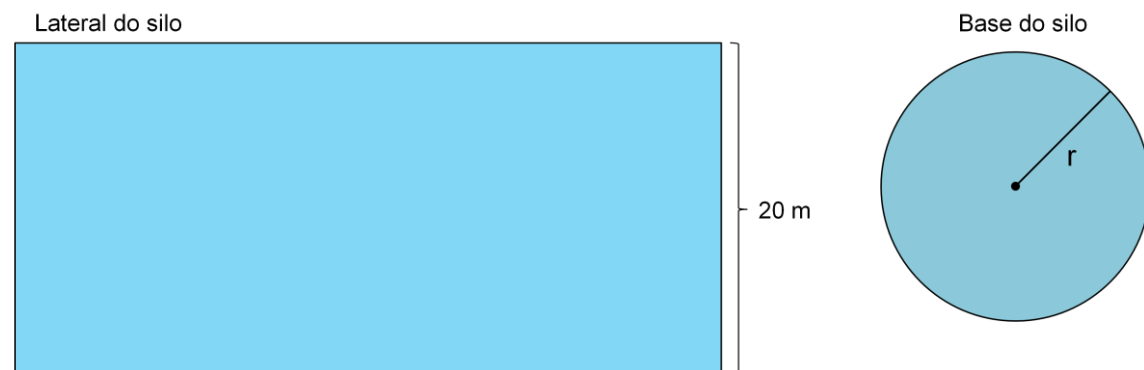
6) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

Volume do silo: $V =$ _____

Estudo do silo em forma de Cilindro

7) A figura abaixo representa a planificação do silo em forma de Cilindro. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: O cilindro não tem a tampa de cima)



Anotações e cálculos

Use: $\pi = 3,14$

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

8) Sabendo-se que a área total do silo de base circular deve ser igual a área total do silo de base hexagonal (aula anterior), ou seja, $521,52 \text{ m}^2$, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: _____

9) Determine o valor de r resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

10) Substitua o valor de r , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 7 e obtenha o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

11) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos
Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m^2 da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

Resposta e justificativa: _____

12) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

Volume do silo: $V =$ _____

13) Comparando os volumes do prisma reto de base quadrada e do cilindro estudados nesta aula, qual apresenta a maior capacidade de armazenamento?

14) Considerando os quatro formatos estudados (Prisma reto de base hexagonal, prisma reto de base triangular, prisma reto de base quadrada e o Cilindro) e lembrando que Marcos deverá decidir pela construção do silo com o formato que apresentar a maior capacidade de armazenamento, qual a opção deverá ser escolhida pelo estagiário?

15) Preencha a tabela abaixo com o nome das quatro formas estudadas, colocando na 1ª posição a forma que apresentou o maior volume e na 4ª posição a forma que apresentou o menor volume. (Lembre-se que a base do Cilindro pode ser considerada como um polígono com infinitos lados)

Posição	Formato	“Número de lados” da base
1ª		
2ª		
3ª		
4ª		

16) Analisando a tabela da questão anterior, seu grupo consegue estabelecer alguma relação entre a quantidade de lados da base e a capacidade de armazenamento (volume) de cada um dos quatro formatos apresentados? Caso a resposta seja sim, descreva a relação observada.

17) Para terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

() Sim () Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

() Ótima () Boa () Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

() fácil () médio () difícil

Apêndice B

Folhas de atividades com as modificações sugeridas no capítulo 4



Nomes: _____ série: _____



Atividade: Geometria métrica espacial – Áreas e volumes do cilindro e de prismas.

O estudo de Geometria Espacial é de suma importância para o desenvolvimento da capacidade de abstração, resolução de problemas práticos do cotidiano, estimar e comparar resultados, reconhecer propriedades das formas geométricas, calcular áreas, volumes e trabalhar com diferentes unidades de medida. Veja o problema apresentado abaixo e ajude o estagiário Marcos a superá-lo.

Problema:

A cooperativa agro-industrial CoMat pretende construir um silo para armazenar grãos de soja ou milho proveniente da colheita de seus cooperados. A empresa Negócios da China, contratada para efetuar a construção, sugeriu o silo em forma de prisma reto de base hexagonal, conforme a figura ao lado, sem a cobertura (sem a tampa de cima), que será construída pela própria cooperativa. A empresa cobra R\$ 200,00 por metro quadrado da área de superfície construída do silo. (Área da base + Área lateral).

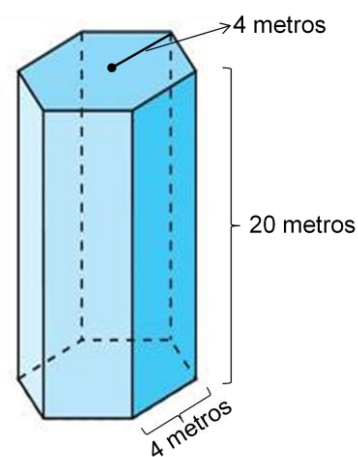


Figura 1
Prisma reto de base hexagonal

Marcos, estagiário do curso de Matemática na cooperativa, resolveu analisar a proposta dada pela empresa e estudar outros formatos para o silo, pois gostaria de escolher o formato que apresentasse a maior capacidade de armazenamento, ter altura igual a 20 metros e não ultrapassar o custo total de R\$ 104.400,00, valor disponibilizado pela cooperativa. Dessa forma, Marcos pensou em mais três opções para o formato do silo. São elas:

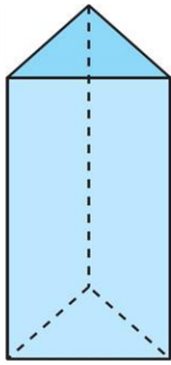


Figura 2
Prisma reto de base triangular

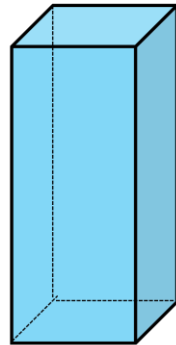


Figura 3
Prisma reto de base quadrada



Figura 4
Cilindro

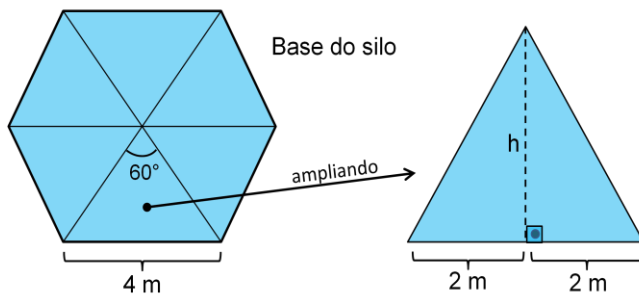
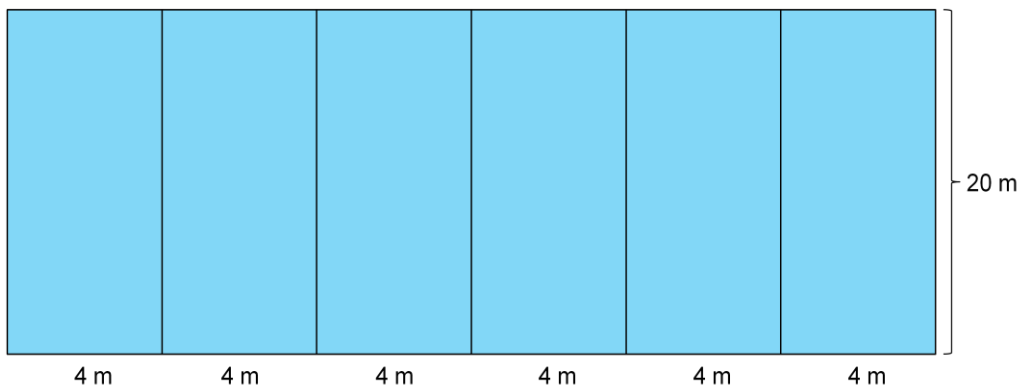
Ajude Marcos a realizar um estudo detalhado das quatro opções mostradas, para que ele seja capaz de escolher aquela que apresente a maior capacidade de armazenamento respeitando as restrições de custo e de altura.

Dica: Ao fazer as contas nas atividades a seguir, use calculadora e aproxime os resultados com duas casas decimais.

Estudo do silo em forma de prisma reto de base hexagonal (Figura 1)

1) A figura abaixo representa a planificação do silo da Figura 1 (sugestão dada pela empresa). Baseando-se nela calcule a área lateral, a área da base e obtenha a área total do silo em metros quadrados. (Lembre-se: o prisma não tem a tampa de cima)

Lateral do silo



Anotações e cálculos

Use: $\sqrt{12} = 3,46$

Anotações e cálculos

Use: $\sqrt{12} = 3,46$

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Medida da altura do triângulo que compõe a base: $h =$ _____

Área do triângulo que compõe a base: $A_{\Delta} =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

2) Qual é o custo total de construção do silo? A sugestão dada pela empresa atende a restrição de custo? Justifique.

Anotações e cálculos

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 100,00.

Resposta e justificativa: _____

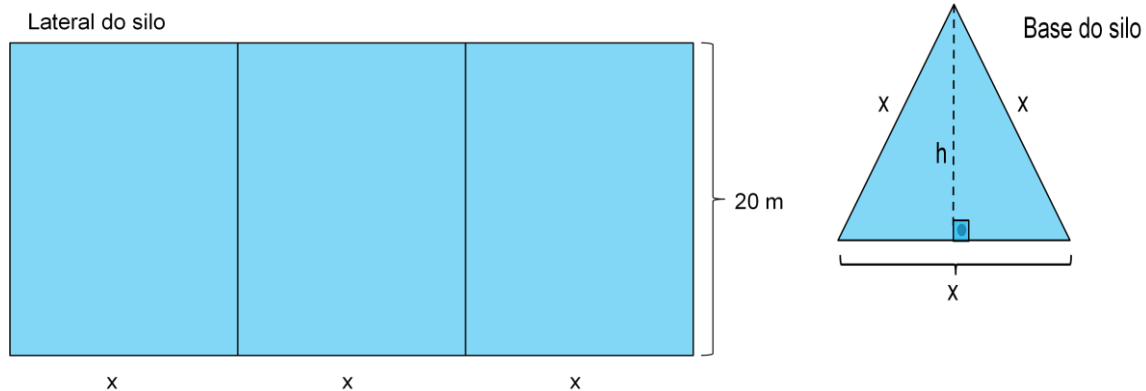
3) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

Volume do silo: $V =$ _____

Estudo do silo em forma de prisma reto de base triangular (Figura 2)

4) A figura abaixo representa a planificação do silo da Figura 2. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: o prisma não tem a tampa de cima)



Anotações e cálculos Use: $\sqrt{3} = 1,73$

Altura do triângulo da base em função de x : $h =$

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo ($A_B + A_L$): $A_T =$ _____

5) Sabendo-se que a área total do silo da Figura 2 deve ser igual a área total do silo obtida na questão 1, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: _____

6) Determine o valor aproximado de x resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

7) Substitua o valor de x , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 4 e obtenha a área lateral, a área da base e a área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

8) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 100,00.

Resposta e justificativa: _____

9) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

Volume do silo: $V =$ _____

10) Comparando os volumes dos dois prismas estudados nesta aula, qual apresenta a maior capacidade de armazenamento?

Resposta: _____

11) Relate o que seu grupo achou da atividade?



Nomes: _____ série: _____



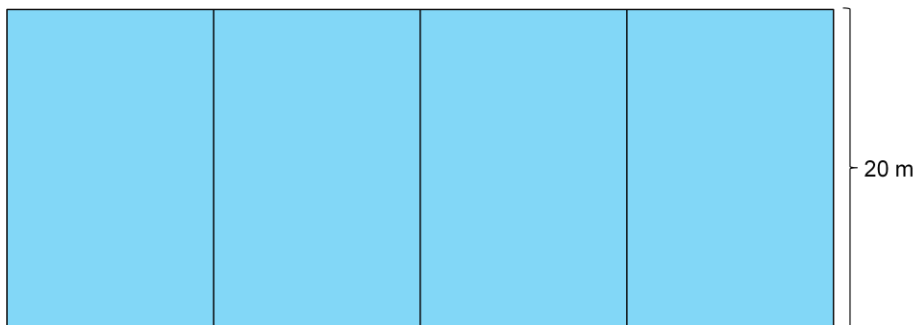
Atividade: Geometria métrica espacial – Áreas e volumes do cilindro e de prismas.

Dica: Ao fazer as contas nas atividades a seguir, use calculadora e aproxime os resultados com duas casas decimais.

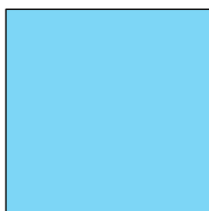
Estudo do silo em forma de prisma reto de base quadrada

1) A figura abaixo representa a planificação do silo em forma de prisma reto de base quadrada. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: o prisma não tem a tampa de cima)

Lateral do silo



Base do silo



Anotações e cálculos

Anotações e cálculos

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

2) Sabendo-se que a área total do silo de base quadrada deve ser igual a área total do silo de base hexagonal (aula anterior), ou seja, $521,52 \text{ m}^2$, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: _____

3) Determine a medida do lado do quadrado da base resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

4) Substitua a medida do lado do quadrado que você calculou na questão anterior nas sentenças matemáticas escritas na questão 1, obtendo o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

5) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m^2 da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 100,00.

Resposta e justificativa: _____

6) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

Volume do silo: $V =$ _____

Estudo do silo em forma de cilindro

7) A figura abaixo representa a planificação do silo em forma de cilindro. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: o cilindro não tem a tampa de cima)



Anotações e cálculos

Use: $\pi = 3,14$

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

8) Sabendo-se que a área total do silo de base circular deve ser igual a área total do silo de base hexagonal (aula anterior), ou seja, $521,52 \text{ m}^2$, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: _____

9) Determine o valor de r resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

10) Substitua o valor de r , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 7 e obtenha o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos

Área da lateral do silo: $A_L =$ _____

Área da base do silo: $A_B =$ _____

Área total do silo: $A_T =$ _____

11) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos
Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m^2 da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 180,00.

Resposta e justificativa: _____

12) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

Volume do silo: $V =$ _____

13) Comparando os volumes do prisma reto de base quadrada e do cilindro estudados nesta aula, qual apresenta a maior capacidade de armazenamento?

14) Considerando os quatro formatos estudados (prisma reto de base hexagonal, prisma reto de base triangular, prisma reto de base quadrada e o cilindro) e lembrando que Marcos deverá decidir pela construção do silo com o formato que apresentar a maior capacidade de armazenamento, qual a opção deverá ser escolhida pelo estagiário?

15) Preencha a tabela abaixo com o nome das quatro formas estudadas, colocando na 1ª posição a forma que apresentou o maior volume e na 4ª posição a forma que apresentou o menor volume. (Lembre-se que a base do cilindro pode ser considerada como um polígono com infinitos lados)

Posição	Formato	“Número de lados” da base
1ª		
2ª		
3ª		
4ª		

16) Analisando a tabela da questão anterior, seu grupo consegue estabelecer alguma relação entre a quantidade de lados da base e a capacidade de armazenamento (volume) de cada um dos quatro formatos apresentados? Caso a resposta seja sim, descreva a relação observada.

17) Relate o que seu grupo achou da atividade?

Apêndice C

Folhas de atividades com as respostas esperadas.



Nomes: _____ série: _____



Atividade: Geometria métrica espacial – Áreas e volumes do cilindro e de prismas.

O estudo de Geometria Espacial é de suma importância para o desenvolvimento da capacidade de abstração, resolução de problemas práticos do cotidiano, estimar e comparar resultados, reconhecer propriedades das formas geométricas, calcular áreas, volumes e trabalhar com diferentes unidades de medida. Veja o problema apresentado abaixo e ajude o estagiário Marcos a superá-lo.

Problema:

A cooperativa agro-industrial CoMat pretende construir um silo para armazenar grãos de soja ou milho proveniente da colheita de seus cooperados. A empresa Negócios da China, contratada para efetuar a construção, sugeriu o silo em forma de prisma reto de base hexagonal, conforme a figura ao lado, sem a cobertura (sem a tampa de cima), que será construída pela própria cooperativa. A empresa cobra R\$ 200,00 por metro quadrado da área de superfície construída do silo. (Área da base + Área lateral).

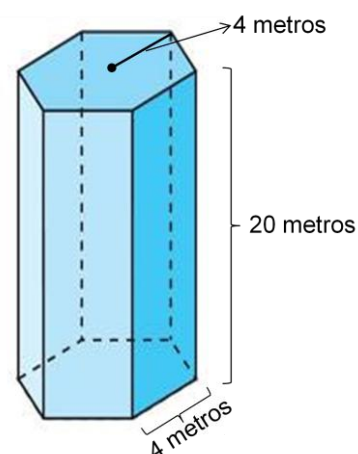


Figura 1
Prisma reto de base hexagonal

Marcos, estagiário do curso de Matemática na cooperativa, resolveu analisar a proposta dada pela empresa e estudar outros formatos para o silo, pois gostaria de escolher o formato que apresentasse a maior capacidade de armazenamento, ter altura igual a 20 metros e não ultrapassar o custo total de R\$ 104.400,00, valor disponibilizado pela cooperativa. Dessa forma, Marcos pensou em mais três opções para o formato do silo. São elas:

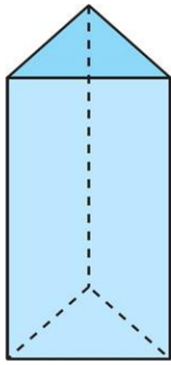


Figura 2
Prisma reto de base triangular

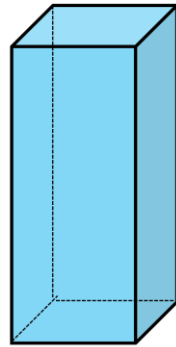


Figura 3
Prisma reto de base quadrada



Figura 4
Cilindro

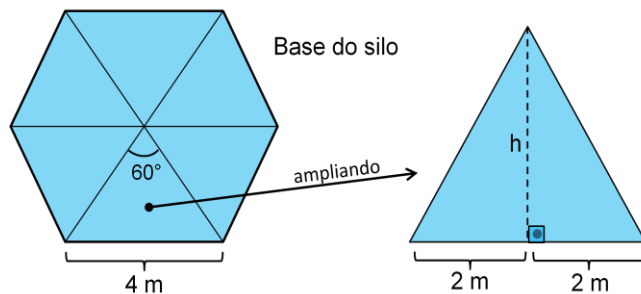
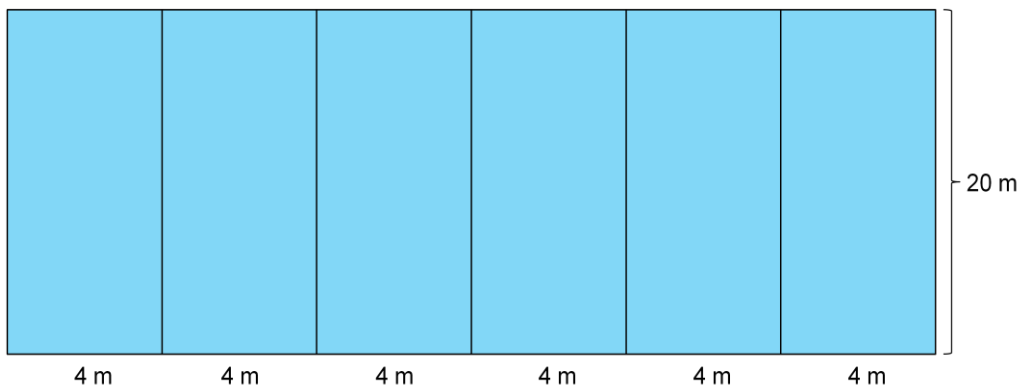
Ajude Marcos a realizar um estudo detalhado das quatro opções mostradas, para que ele seja capaz de escolher aquela que apresente a maior capacidade de armazenamento respeitando as restrições de custo e de altura.

Dica: Ao fazer as contas nas atividades a seguir, use calculadora e aproxime os resultados com duas casas decimais.

Estudo do silo em forma de prisma reto de base hexagonal (Figura 1)

1) A figura abaixo representa a planificação do silo da Figura 1 (sugestão dada pela empresa). Baseando-se nela calcule a área lateral, a área da base e obtenha a área total do silo em metros quadrados. (Lembre-se: o prisma não tem a tampa de cima)

Lateral do silo



Anotações e cálculos

Use: $\sqrt{12} = 3,46$

$$A_L = 6 \cdot 4 \cdot 20 = 480 \text{ m}^2$$

Anotações e cálculos

Use: $\sqrt{12} = 3,46$

$$4^2 = h^2 + 2^2 \Rightarrow 16 = h^2 + 4 \Rightarrow 16 - 4 = h^2 \Rightarrow h^2 = 12 \Rightarrow h = \sqrt{12} \Rightarrow h = 3,46m$$

$$A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 3,46}{2} = 6,92m^2$$

$$A_B = 6 \cdot 6,92 = 41,52 m^2$$

$$A_T = 41,52 + 480 = 521,52 m^2$$

Área da lateral do silo: $A_L = 480 m^2$

Medida da altura do triângulo que compõe a base: $h = 3,46 m$

Área do triângulo que compõe a base: $A_{\Delta} = 6,92 m^2$

Área da base do silo: $A_B = 41,52 m^2$

Área total do silo: $A_T = 521,52 m^2$

2) Qual é o custo total de construção do silo? A sugestão dada pela empresa atende a restrição de custo? Justifique.

Anotações e cálculos

$$521,52 \cdot 200 = 104304$$

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 100,00.

Resposta e justificativa: O custo total de construção do silo sugerido pela empresa é R\$ 104.304,00. Sim, a restrição de custo é satisfeita, já que o valor disponibilizado pela cooperativa foi R\$ 104.400,00.

3) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

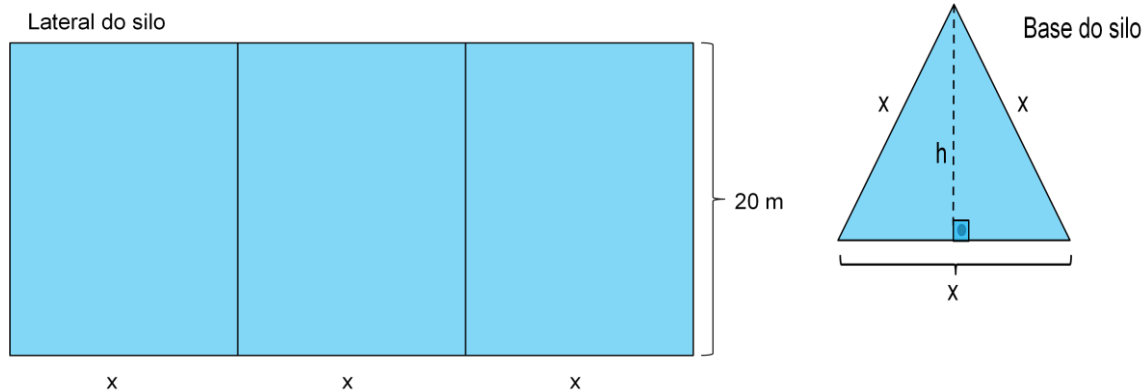
Anotações e cálculos

$$V = A_B \cdot h = 41,52 \cdot 20 = 830,4$$

Volume do silo: $V = 830,4 m^3$

Estudo do silo em forma de prisma reto de base triangular (Figura 2)

4) A figura abaixo representa a planificação do silo da Figura 2. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: o prisma não tem a tampa de cima)



Anotações e cálculos Use: $\sqrt{3} = 1,73$

Altura do triângulo da base em função de x : $h = 0,86x$

$$x^2 = h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2 - \frac{x^2}{4} = h^2 \Rightarrow \frac{4x^2 - x^2}{4} = h^2 \Rightarrow h^2 = \frac{3x^2}{4} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{3x^2}{4}}$$

$$\Rightarrow h = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{1,73x}{2} \Rightarrow h = 0,86x$$

$$A_{\Delta} = \frac{x \cdot 0,86x}{2} = 0,43x^2$$

$$A_L = 3x \cdot 20 = 60x$$

Área da lateral do silo: $A_L = 60x$

Área da base do silo: $A_B = 0,43x^2$

Área total do silo ($A_B + A_L$): $A_T = 0,43x^2 + 60x$

5) Sabendo-se que a área total do silo da Figura 2 deve ser igual a área total do silo obtida na questão 1, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: $0,43x^2 + 60x = 521,52$

6) Determine o valor aproximado de x resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

$$0,43x^2 + 60x - 521,52 = 0$$

$$\Delta = 60^2 - 4 \cdot 0,43 \cdot (-521,52) = 3600 + 897,01 = 4497,01$$

$$x = \frac{-60 + \sqrt{4497,01}}{2 \cdot 0,43} = \frac{-60 + 67,06}{0,86} = 8,21$$

$x = 8,21$ metros

7) Substitua o valor de x , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 4 e obtenha a área lateral, a área da base e a área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos

$$A_L = 60x = 60 \cdot 8,21 = 492,6 \text{ m}^2$$

$$A_B = 0,43x^2 = 0,43 \cdot 8,21^2 = 28,98 \text{ m}^2$$

$$A_T = 492,6 + 28,98 = 521,58 \text{ m}^2$$

Área da lateral do silo: $A_L = 492,6 \text{ m}^2$

Área da base do silo: $A_B = 28,98 \text{ m}^2$

Área total do silo: $A_T = 521,58 \text{ m}^2$

8) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos
$521,58 \cdot 200 = 104316$

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 100,00.

Resposta e justificativa: O custo total de construção do silo é R\$ 104.316,00. Sim,
a restrição de custo é satisfeita, já que o valor disponibilizado pela cooperativa foi
R\$ 104.400,00.

9) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos
$V = A_B \cdot h = 28,98 \cdot 20 = 579,6$

Volume do silo: $V =$ 579,6 m³

10) Comparando os volumes dos dois prismas estudados nesta aula, qual apresenta a maior capacidade de armazenamento?

Resposta: O Prisma reto de base hexagonal.

11) Relate o que seu grupo achou da atividade?



Nomes: _____ série: _____



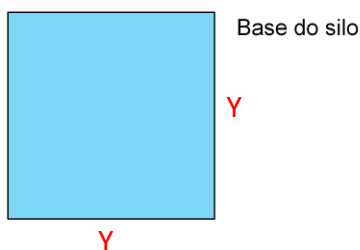
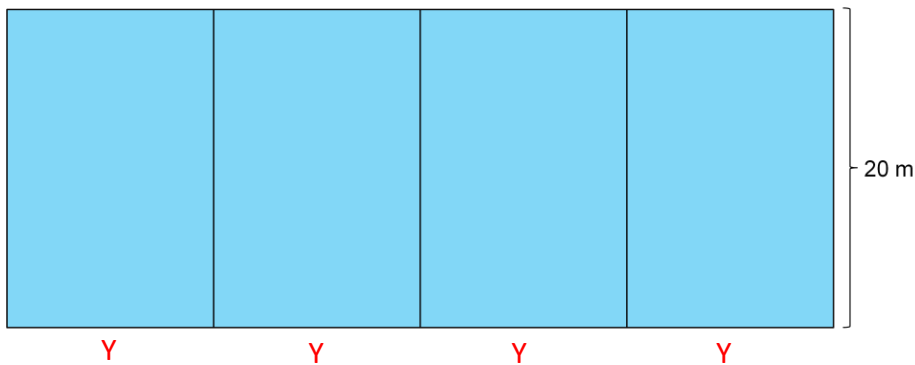
Atividade: Geometria métrica espacial – Áreas e volumes do cilindro e de prismas.

Dica: Ao fazer as contas nas atividades a seguir, use calculadora e aproxime os resultados com duas casas decimais.

Estudo do silo em forma de prisma reto de base quadrada

1) A figura abaixo representa a planificação do silo em forma de prisma reto de base quadrada. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: o prisma não tem a tampa de cima)

Lateral do silo



Anotações e cálculos

$$A_B = y \cdot y = y^2$$

Anotações e cálculos

$$y + y + y + y = 4y$$

$$A_L = 4 \cdot y \cdot 20 = 80y$$

$$A_T = y^2 + 80y$$

Área da lateral do silo: $A_L = \underline{80Y}$

Área da base do silo: $A_B = \underline{Y^2}$

Área total do silo: $A_T = \underline{Y^2 + 80Y}$

2) Sabendo-se que a área total do silo de base quadrada deve ser igual a área total do silo de base hexagonal (aula anterior), ou seja, $521,52 \text{ m}^2$, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: $\underline{Y^2 + 80Y = 521,52}$

3) Determine a medida do lado do quadrado da base resolvendo a equação obtida na questão anterior.

Anotações e cálculos

$$y^2 + 80y - 521,52 = 0$$

$$\Delta = 80^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-521,52) = 6400 + 2086,08 = 8486,08$$

$$y = \frac{-80 + \sqrt{8486,08}}{2 \cdot 1} = \frac{-80 + 92,12}{2} = 6,06$$

$$Y = 6,06 \text{ metros}$$

4) Substitua a medida do lado do quadrado que você calculou na questão anterior nas sentenças matemáticas escritas na questão 1, obtendo o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos

$$A_L = 80y = 80 \cdot 6,06 = 484,8 \text{ m}^2$$

$$A_B = y^2 = 6,06^2 = 36,72 \text{ m}^2$$

$$A_T = 484,8 + 36,72 = 521,52 \text{ m}^2$$

Área da lateral do silo: $A_L = 484,8 \text{ m}^2$

Área da base do silo: $A_B = 36,72 \text{ m}^2$

Área total do silo: $A_T = 521,52 \text{ m}^2$

5) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m^2 da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

$$521,52 \cdot 200 = 104304$$

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 100,00.

Resposta e justificativa: O custo total de construção do silo é R\$ 104.304,00. Sim, a restrição de custo é satisfeita, já que o valor disponibilizado pela cooperativa foi R\$ 104.400,00.

6) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

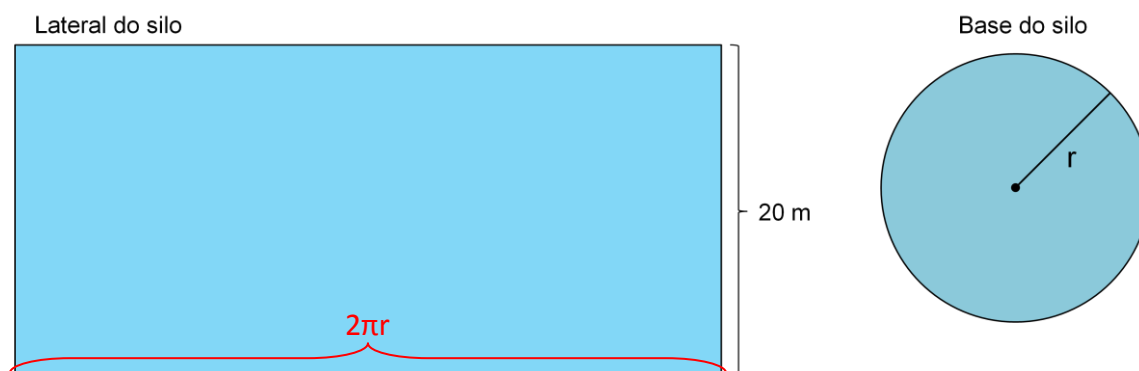
Anotações e cálculos

$$V = A_B \cdot h = 36,72 \cdot 20 = 734,4$$

Volume do silo: $V = 734,4 \text{ m}^3$

Estudo do silo em forma de cilindro

7) A figura abaixo representa a planificação do silo em forma de cilindro. Baseando-se nela escreva três sentenças matemáticas que indique a área lateral, a área da base e a área total do silo. (Lembre-se: o cilindro não tem a tampa de cima)



$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 20 = 40 \cdot \pi \cdot r = 125,6r$$

$$A_B = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot r^2$$

$$A_T = 3,14r^2 + 125,6r$$

Área da lateral do silo: $A_L = 125,6r$

Área da base do silo: $A_B = 3,14r^2$

Área total do silo: $A_T = 3,14r^2 + 125,6r$

8) Sabendo-se que a área total do silo de base circular deve ser igual a área total do silo de base hexagonal (aula anterior), ou seja, $521,52 \text{ m}^2$, escreva uma equação que indique esse fato.

Resposta: $3,14r^2 + 125,6r = 521,52$

9) Determine o valor de r resolvendo a equação obtida na questão anterior.

$$3,14r^2 + 125,6r - 521,52 = 0$$

$$\Delta = 125,6^2 - 4 \cdot 3,14 \cdot (-521,52) = 15775,36 + 6550,29 = 22325,65$$

$$r = \frac{-125,6 + \sqrt{22325,65}}{2 \cdot 3,14} = \frac{-125,6 + 149,42}{6,28} = \frac{23,82}{6,28} = 3,79$$

$$r = 3,79 \text{ metros}$$

10) Substitua o valor de r , obtido na questão anterior, nas sentenças matemáticas escritas na questão 7 e obtenha o valor numérico da área lateral, da área da base e da área total do silo em metros quadrados.

Anotações e cálculos

$$A_L = 125,6 \cdot r = 125,6 \cdot 3,79 = 476,02 \text{ m}^2$$

$$A_B = 3,14 \cdot r^2 = 3,14 \cdot 3,79^2 = 45,10 \text{ m}^2$$

$$A_T = 476,02 + 45,10 = 521,12 \text{ m}^2$$

Área da lateral do silo: $A_L =$ 476,02 m²

Área da base do silo: $A_B =$ 45,10 m²

Área total do silo: $A_T =$ 521,12 m²

11) Qual o custo total do silo? A restrição de custo é satisfeita? Justifique.

Anotações e cálculos

Lembre-se: A empresa Negócios da China cobra R\$ 200,00 por m² da área de superfície construída e a cooperativa disponibilizou R\$ 104.400,00 para construção do silo.

$$521,12 \cdot 200 = 104224$$

IMPORTANTE: A diferença entre o valor máximo disponibilizado pela empresa para a construção do silo e o custo total calculado nessa questão NÃO deve ultrapassar R\$ 180,00.

Resposta e justificativa: O custo total de construção do silo é R\$ 104.224,00. Sim,
a restrição de custo é satisfeita, já que o valor disponibilizado pela cooperativa foi
R\$ 104.400,00.

12) Qual a capacidade do silo em metros cúbicos?

Anotações e cálculos

$$V = A_B \cdot h = 45,10 \cdot 20 = 902$$

Volume do silo: $V =$ 902 m³

13) Comparando os volumes do prisma reto de base quadrada e do cilindro estudados nesta aula, qual apresenta a maior capacidade de armazenamento?

O cilindro.

14) Considerando os quatro formatos estudados (prisma reto de base hexagonal, prisma reto de base triangular, prisma reto de base quadrada e o cilindro) e lembrando que Marcos deverá decidir pela construção do silo com o formato que apresentar a maior capacidade de armazenamento, qual a opção deverá ser escolhida pelo estagiário?

O estagiário deverá escolher o formato cilíndrico.

15) Preencha a tabela abaixo com o nome das quatro formas estudadas, colocando na 1ª posição a forma que apresentou o maior volume e na 4ª posição a forma que apresentou o menor volume. (Lembre-se que a base do cilindro pode ser considerada como um polígono com infinitos lados)

Posição	Formato	“Número de lados” da base
1ª	Cilindro	“infinitos”
2ª	Prisma reto de base hexagonal	6
3ª	Prisma reto de base quadrada	4
4ª	Prisma reto de base triangular	3

16) Analisando a tabela da questão anterior, seu grupo consegue estabelecer alguma relação entre a quantidade de lados da base e a capacidade de armazenamento (volume) de cada um dos quatro formatos apresentados? Caso a resposta seja sim, descreva a relação observada.

Sim. Quanto maior a quantidade de lados da base, maior será a capacidade de armazenamento (volume) do silo.

17) Relate o que seu grupo achou da atividade?
